

В.Н.Щелкачев

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

В 2-Х ТОМАХ

Том I

Часть 2

60005



МОСКВА «НЕДРА» 1990

РАССТАНОВКА СКВАЖИН В ПЛАСТЕ С ВОДОНАПОРНЫМ РЕЖИМОМ* ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ВОПРОСОВ

* Данная работа была выполнена автором в 1940 г. на кафедре теоретической механики Днепропетровского государственного университета. Одновременно, по совместительству, автор продолжал работать в ГрозНИИ. Эта работа была принята к опубликованию Гостоптехиздатом в 1941 г., набрана в типографии, но затем, по обстоятельствам военного времени, набор был рассыпан; работа полностью так и осталась неопубликованной. Однако все ее содержание было подробно аннотировано В. М. Муравьевым в сборнике «Научно-исследовательские работы нефтяников», вып. III, добыча нефти, Гостоптехиздат, 1941 г.

Щелкачев В. Н. Избранные труды. — М.: Недра, 1990.—232 с.: ил.
ISBN 5-247-02117-7

Рассмотрены основанные на теории пластовых водонапорных систем решения проблем взаимодействия скважин и их размещения. Выяснены многие особенности обводнения скважин и стягивания контуров нефтеносности с помощью выведенных законов движения жидкости по различным траекториям в фильтрационных потоках.

Для специалистов нефтяной и газовой промышленности.

Табл. 81, ил. 190, список лит. — 119 назв.

Выпущено по заказу Министерства нефтегазовой промышленности СССР

Щ 2503010400—397
043(01)—90 Заказное

© В. Н. Щелкачев, 1990

ISBN 5-247-02117-7

«Проблема надлежащего размещения скважин при гидравлическом и волюметрическом режимах должна разрешаться с учетом принципов теоретической механики...

Определение надлежащего размещения скважин на нефтяных площадях является одной из наиболее важных проблем, с которыми приходится сталкиваться промышленному инженеру, и в то же время проблемой, о которой имеется лишь самое ограниченное и незначительное число данных».

С. Герольд

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая работа посвящена гидромеханическому анализу и решению некоторых вопросов, связанных с проблемой расстановки скважин в условиях нефтеносных пластов с водонапорным режимом.

Между многими особенностями работы скважин в условиях нефтеносных пластов с водонапорным режимом и особенностями работы артезианских скважин существует глубокая, далеко идущая аналогия; поэтому задачи, разбирающиеся в этой книге, могут представлять интерес не только для нефтяников, но и для гидрогеологов.

Здесь мы приводим исследования, являющиеся, по существу, продолжением тех, которым была посвящена наша предыдущая книга «Интерференция скважин и теория пластовых водонапорных систем», поэтому мы будем часто вынуждены, во избежание повторений, ссылаться на выводы и решения, полученные в упомянутой книге.

Основные исследования, непосредственно посвященные проблеме расстановки скважин, излагаются в трех последних главах настоящей работы; три первые главы посвящены анализу и разработке основных методов, на базе которых и строятся исследования трех последних глав.

Глава I посвящена гидродинамическому исследованию точных и приближенных методов решения некоторых задач о движении в пласте нефти, проталкиваемой напором краевой воды иной вязкости.

Глава I является продолжением тех исследований, которые были проведены по этому поводу Л. С. Лейбензоном [1] и М. Маскетом [2]. Формулы и таблицы позволяют выяснить влияние фактора различия в вязкостях нефти и краевой воды при под-

счетах продолжительности периода работы скважин и суммарной добычи чистой нефти из скважин до начала их обводнения, при подсчетах иных интервалов времени и количества воды, отбираемого из скважин вместе с нефтью после начала их обводнения.

Глава II посвящена анализу того влияния, какое может оказать на дебит скважины различие в проницаемости пласта вблизи и вдали от скважины. Подобный вопрос представляет интерес при исследовании явлений суффозии, кольматажа, запарафинивания пор, засорения пор глинистым раствором, улучшения проницаемости пласта у забоя скважин при соответствующей кислотной обработке и т. д. Кроме того, исследование главы II позволяют осветить и такой вопрос: какое влияние может оказать на проектируемый дебит скважины иная проницаемость пласта вне контура нефтеносности при условии, что дебит скважины проектируется на основании исследования проницаемости пласта только в этой скважине или даже по итогам исследования проницаемости внутри области нефтеносности.

Глава III посвящена, во-первых, анализу выбора числовых значений тех физико-геологических констант, которые затем употребляются при табулировании основных расчетных формул; во-вторых, в главе III излагаются и на простейших примерах поясняются те методы, с помощью которых можно исследовать законы движения частиц жидкости вдоль линий тока, определять формы и величины циклов, определять те периоды времени, которые проходят до начала обводнения скважин и т. д.

Главы IV и V посвящены исследованию различных вариантов и выбору наиболее рациональных (по крайней мере с точки зрения тех факторов, которые удалось учесть в данной работе) вариантов расстановки скважин в условиях купольной и брахиантиклинальной залежей нефти.

Глава VI посвящена выяснению влияния близости сбросов на работу скважин и особенностям расстановки скважин в условиях моноклинального залегания нефтеносного пласта при наличии сбросовых нарушений.

При гидродинамической разработке различных рациональных вариантов расстановки скважин мы считали необходимым учитывать такие три фактора (в предыдущей, упомянутой выше, нашей книге мы основное внимание уделили одному фактору — первому из нижеперечисленных):

- 1) эффект интерференции скважин;
- 2) сроки работы скважин до их обводнения;
- 3) характер стягивания контура нефтеносности и величины циклов к моменту обводнения скважин.

На многих примерах, которые приводятся в данной книге, легко убедиться в том, что к термину «лишние скважины» следует подходить с осторожностью; нельзя решать вопроса о том, «будет ли скважина лишней или нет» — только с точки зрения первого

упомянутого выше фактора; убедившись, что прибавление новой скважины существенно не увеличивает, благодаря эффекту интерференции, суммарного дебита всех скважин, нельзя скважину считать лишней только на этом основании — необходимо вспомнить, например, и о третьем факторе, т. е. необходимо обеспечить равномерное¹ стягивание контура нефтеносности. Рациональная расстановка скважин должна не только обеспечить при минимальном числе скважин возможно больший дебит и кратчайший срок разработки всего месторождения, но она же должна обеспечить и равномерное стягивание контура нефтеносности, а также получение большей части нефти из пласта в чистом виде, без воды.

Учитывая эти последние требования, оказывается, например, необходимо внести ряд существенных примечаний к той схеме расстановки скважин, которая была предложена комиссией акад. Губкина — см. по этому поводу § 34 главы VI данной книги.

Конечно, окончательное суждение о выгодности или невыгодности того или иного варианта расстановки скважин должно быть сделано на основании дополнительного экономического расчета, но гидродинамический анализ проблемы расстановки скважин дает базу для подобного расчета, создает возможность более точного проведения экономического расчета.

Полученные в данной работе формулы для площади целиков, для дебита скважин и количества чистой нефти, отбираемой из скважин до их обводнения, выведенные законы движения вдоль наиболее характерных линий тока и т. д. — все эти формулы и законы мы постарались сопроводить таблицами и графиками, дабы сделать результаты математического анализа более осязательными и показательными.

Для облегчения чтения настоящей работы теми лицами, которых не интересует математическая разработка вопросов, но интересуют конечные ее результаты, мы старались концентрировать подведение итогов в последних параграфах каждой главы; кроме того, в конце каждой из основных глав (глав III—VI) помещены параграфы, специально посвященные обзору основных выводов.

Мы должны предупредить читателя о том, что хотя в настоящей работе вскрыто много новых закономерностей и получено много новых результатов, важных для практики и интересных теоретически, однако мы еще не имеем исчерпывающего решения проблемы расстановки скважин в той ее постановке, которая бы полностью отвечала реальным условиям.

Во-первых, мы здесь ограничились только случаем водонапорного режима, причем предполагали, что жидкость притекает к

¹ Термин «равномерное стягивание контура нефтеносности» мы будем в данной книге там, где это не вызывает путаницы, употреблять не в кинематическом смысле слова, как движение с постоянной скоростью (по величине), а в том смысле, как это принято в нефтепромысловой литературе: равномерное стягивание контура — такое стягивание, при котором не образуется сколько-нибудь резких языков обводнения.

скважине, следуя закону Дарси; сжимаемости жидкости, а также возможного наличия в пласте свободного или окклюдированного газа мы не учитывали, считая, что весь газ растворен в нефти (по крайней мере, до тех пор, пока нефть движется по пласту к скважинам).

Во-вторых, при исследовании всех вопросов мы ограничились только методами плоской задачи гидродинамики. Это означает, что мы совершенно не смогли рассмотреть работу так называемых «несовершенных» скважин (пересекающих пласт не по всей мощности), не смогли учесть явления «конинга» и некоторых из тех причин, благодаря которым краевая вода движется вдоль подошвы пласта так, что контур водоносности обгоняет контур нефтеносности и т. д.

В-третьих, хотя мы и старались в каждом случае выяснить влияние эффекта разности в вязкостях нефти и краевой воды (насколько нам известно, влияние этого эффекта нигде не разбиралось столь подробно), однако мы часто вынуждены были использовать для этого приближенные приемы; попытки точного решения подобных вопросов связаны с очень большими математическими трудностями.

Конечно, если бы мы точно учли влияние всех только что упомянутых и нескольких других факторов, то некоторые выводы, к которым мы пришли в данной работе, игнорируя эти факторы, пришлось бы дополнить или даже видоизменить.

Все перечисленные дефекты (и некоторые другие, которые, возможно, будут обнаружены читателями) зависят в значительной мере от того, что получить сразу полное гидромеханическое решение проблемы расстановки скважин, т. е. принять во внимание влияние всех возможных факторов, вряд ли возможно: нужно учесть, что наша работа является одной из первых попыток подойти к строгому гидромеханическому анализу проблемы.

Решение проблемы рационального размещения скважин имеет громадное значение. Всякий прогресс в этой области даст государству значительную экономию. Поэтому мы надеемся, что даже тот небольшой шаг вперед, который удалось сделать в данной работе, может принести существенную пользу.

Слабая изученность многих физико-геологических факторов, сильно влияющих на работу и на способы расстановки скважин, также затрудняла наше исследование — см. § 13 главы III. В связи с этим одна из целей нашей работы была такова: показать, что без тщательного изучения физико-геологических констант нельзя (мы отмечали каких именно констант и в какой мере нельзя) получить обоснованного решения проблемы расстановки скважин.

С конца 1940 г. под руководством проф. Л. С. Лейбензона в Москве начала работать бригада по изучению проблемы расстановки скважин.

Бригада намеревается провести углубленный анализ промысловой практики расстановки скважин, намеревается поставить серию лабо-

раторных экспериментов и продолжить теоретическую разработку проблемы. В тех случаях, когда строгое математическое решение той или иной задачи окажется затруднительным или невозможным, бригада наметила использовать электроинтегратор — прибор, сконструированный доктором технических наук Гутенмахером. Прибор этот сулит большие возможности и его использование сможет восполнить некоторые из отмеченных выше пробелов настоящей работы.

В заключение скажем несколько слов об истории возникновения данной работы.

В конце 1939 г. техотдел Наркомнефти предложил кафедре теоретической механики Днепропетровского государственного университета принять участие в тех исследованиях по пластовой гидромеханике, какие должны были в 1940 году проводиться в лаборатории физики нефтяного пласта ГрозНИИ.

В связи с этим в 1940 году ГрозНИИ поручил мне проведение исследований по совершенно самостоятельной теме — «Расстановка скважин в пластах с водонапорным режимом».

Настоящая книга является копией моего отчета по упомянутой теме за 1940 год.

Желая сделать этот отчет (книгу) доступным возможно более широкому кругу читателей, я не только постарался соответственным образом расположить материал, о чем было выше сказано, но сопровождал вывод формул подробными пояснениями и иногда, сознательно, допускал некоторые небольшие повторения.

Огромную помощь оказали мне при выполнении настоящей работы студенты V курса механико-математического факультета Днепропетровского государственного университета П. П. Голосов, В. П. Криворот и М. З. Чарный. Приношу им за эту помощь свою благодарность. В порядке прохождения производственной практики и выполняя курсовые работы под моим руководством, упомянутые студенты весьма инициативно провели очень большую расчетно-вычислительную работу по настоящей теме. Они получили много ценных самостоятельных результатов, которые приведены мною в тексте книги с соответствующими указаниями.

Считаю необходимым принести благодарность старшей лаборантке кафедры теоретической механики ДГУ С. А. Хесиной за весьма добросовестную, большую вычислительную работу.

Особую благодарность хочу выразить главному геологу треста «Октябрьнефть» В. М. Николаеву за те ценные сведения, которые В. М. Николаев мне сообщил о некоторых особенностях пластов с водонапорным режимом.

ГЛАВА I

ПРОБЛЕМА ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ ВОДОЙ В УСЛОВИЯХ ПЛАСТА С ВОДОНАПОРНЫМ РЕЖИМОМ

§ 1. ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

До сих пор существует много нерешенных вопросов, связанных с движением к скважине одной однородной жидкости (воды или нефти без окклюдированного газа). Еще гораздо более сложными и значительно менее изученными являются задачи движения по пласту одновременно двух жидкостей разных вязкостей, например воды и нефти, находящихся в том или ином контакте друг с другом. Насколько нам известно, строгие гидродинамические решения простейших задач подобного рода даны в трудах только двух авторов — проф. Л. С. Лейбензона [1] и американского физика М. Маскета [2].

Приступив к решению ряда проблем расстановки скважин в условиях водонапорного режима, мы убедились в том, что для правильного решения этих проблем совершенно необходимо учитывать некоторые особенности движения по пласту нефти, вытесняемой (проталкиваемой) к скважинам напором краевых вод. Естественно, было попытаться использовать упомянутые весьма ценные работы проф. Л. С. Лейбензона и М. Маскета, но для этого нам пришлось внести в них целый ряд дополнений. Во-первых, вопросы совместного движения воды и нефти Лейбензон и Маскет рассматривали, главным образом, применительно к случаю одной скважины, а нам было необходимо изучить совместное движение воды и нефти в более общих случаях различного расположения нескольких скважин. Во-вторых, мы убедились в том, что даже в случае притока воды и нефти к одной скважине методы Лейбензона и Маскета нуждались в некоторых изменениях и обобщениях.

Эти наши дополнения представляют не только теоретический интерес, но они кое в чем отличаются и от тех весьма важных практических выводов, которые сделали из своего теоретического анализа Лейбензон и Маскет; в некоторых вопросах наши выводы даже прямо противоположны тем, какие сделал Маскет. Нам удалось решить задачу при несколько более общей ее постановке, а Маскет пришел к своим выводам из анализа частной задачи и не учел некоторых существенных обстоятельств.

Так как наши дополнения к работам Лейбензона и Маскета до сих пор не были еще нигде опубликованы¹ и так как к необходимости внести эти добавления мы пришли, проводя исследования по вопросам расстановки скважин, то мы вынуждены начать настоящую работу с вводной главы, посвященной именно

¹ Частично, но далеко не полно, эти дополнения к работам проф. Лейбензона были изложены в нашем отчете по ГрозНИИ за 1938 год. С работой Маскета мы тогда еще не были знакомы.

этому вопросу. В последующем нам придется широко использовать рассуждения, формулы и выводы данной главы. Итак, данная глава посвящается решению некоторых простейших задач движения нефти, проталкиваемой напором краевых вод. Понятно, что многие наши выводы можно приложить не только к воде и нефти, но и к случаю любых двух однородных жидкостей разных вязкостей, движущихся совместно в пористой среде.

§ 2. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ ВОДОЙ

Всюду в данной главе будем предполагать, что продуктивный пласт горизонтален, однороден по мощности (подстелен и покрыт горизонтальными непроницаемыми пластами), однороден по проницаемости и что жидкость в пласте движется согласно закону Дарси. Кроме того, мы будем рассматривать только плоскую задачу теории фильтрации. Понятно, что подобными ограничениями мы исключаем возможность рассмотрения целого ряда явлений — явления конинга и многих других¹; подобные ограничения мы должны были ввести, чтобы достаточно подробно и полно изучить хотя бы один фактор, до сих пор гидродинамически столь подробно нигде не изученный — фактор различия в вязкостях краевой воды и нефти. Фактор этот имеет, оказывается, значительно большее значение, чем это можно было предполагать на основании работ Маскета; с другой стороны, следует заметить, что даже при перечисленных выше ограничениях задача аналитически достаточно сложна. Некоторые из упомянутых ограничений мы сможем в дальнейшем снять — так, например, мы попытаемся осветить влияние раз-

нородной проницаемости пласта (см. главу II и приложение в конце книги).

Предположим, что внутри контура нефтеносности в пласт проведена одна скважина; чтобы иметь право рассматривать движение жидкости к скважине плоским, будем считать, что скважина совершенная, т. е. что она пересекает и эксплуатирует всю мощность пласта и что подошвенная вода в пласте отсутствует.

Следовательно, наша плоская задача ставится так: пласт ограничен контуром области питания пласта A_0 (термин «контур области питания» употребляем в том смысле, как это было пояс-

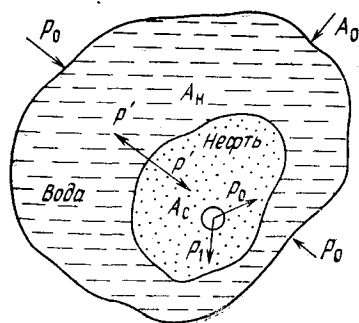


РИС. 1

¹ В данной работе (за исключением приложения) предполагается, что нефть полностью вытесняется водой из той области, куда вода вторглась.

нено в книге [3], посвященной интерференции скважин), вдоль которого задано давление p_0 ; обозначим через A_n контур нефтеносности и через A_c — скважину, проведенную внутри области нефтеносности рис. 1.

Давление вдоль контура A_c считаем заданным и равным p_1 . Для общности можно было бы считать, что p_0 и p_1 , вдоль каждого из контуров переменные величины, т. е. меняются от точки к точке и меняются со временем (т. е. считать p_0 и p_1 заданными функциями времени и координат точек контуров A_0 и A_c), но мы ограничимся пока только таким случаем, когда p_0 и p_1 постоянны и во времени и вдоль каждого из контуров. Считая, что $p_1 < p_0$, будем иметь приток нефти к скважине под напором краевых вод, запас которых непрерывно пополняется из области питания. Известно (см. любую из книг, приведенных в указателе литературы), что если движение жидкости в пласте следует закону Дарси, то во всей области движения жидкости, вплоть до скважины, давление удовлетворяет уравнению Лапласа, т. е. является гармонической функцией точки. Вода и нефть имеют разные вязкости (разность удельных весов сказываться не будет, ибо мы пока ограничились плоским движением в горизонтальном пласте); обозначим динамические (абсолютные) вязкости воды и нефти соответственно через μ_v и μ_n . Вода заключена внутри двухсвязной области, ограниченной внешним постоянным контуром A_0 и меняющимся со временем (постепенно стягивающимся) внутренним контуром A_n ; нефть заключена внутри двухсвязной области, ограниченной переменным внешним контуром A_n и постоянным внутренним контуром A_c .

Первоначальное положение и форму контура нефтеносности считаем заданными, а последующие его положения и формы нам надо найти. Давление вдоль контура нефтеносности A_n обозначим через p' — это давление, вообще говоря, может меняться вдоль самого контура A_n от одной его точки к другой и заведомо будет меняться со временем, т. е. в процессе стягивания контура нефтеносности. Давление p' принадлежит к числу неизвестных нашей задачи, т. е. мы должны, решив задачу, суметь его определить в любой момент времени, при любом положении контура нефтеносности и в любой точке этого контура. В процессе стягивания контура нефтеносности давление в пласте будет перераспределяться несмотря на то, что вдоль контуров A_0 и A_1 оно остается постоянным. Благодаря различию в вязкостях воды и нефти (не говоря уже о других причинах, связанных с различием в расположениях воды и нефти в пласте), законы распределения давлений в областях, занятых водой и нефтью, будут различны. Обозначая давление в области, занятой водой, через p_v и в области, занятой нефтью, через p_n , мы можем, согласно вышесказанному, утверждать, что и p_v и p_n должны удовлетворять уравнениям Лапласа (каждое из этих уравнений будет справедливо в своей области), т. е.

$$\frac{\partial^2 p_v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_v}{\partial y^2} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_n}{\partial y^2} = 0; \quad (2)$$

координатную плоскость xy мы считаем расположенной в общей плоскости движения жидкости.

Граничные условия будут таковы:
вдоль контура A_0

$$p_v = p_0 = \text{const}, \quad (3)$$

вдоль контура A_c

$$p_n = p_1 = \text{const}, \quad (4)$$

вдоль контура A_n

$$p_n = p_v = p', \quad (5)$$

$$(\bar{v}_v)_n = (\bar{v}_n)_n = (\bar{v})_n, \quad (6)$$

где $(\bar{v}_v)_n$ и $(\bar{v}_n)_n$ — нормальные составляющие скорости фильтрации воды и нефти.

Своеобразие этой задачи, типа «внутренней задачи Дирихле», состоит в том, что здесь форма и положение контура A_n , а также давление p' вдоль него, для любого момента времени, неизвестны и подлежат определению; известен лишь первоначальный контур нефтеносности. Согласно закону Дарси, имеем:

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}_v &= -\frac{k}{\mu_v} \text{grad } p_v, \\ \bar{v}_n &= -\frac{k}{\mu_n} \text{grad } p_n, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где k — коэффициент проницаемости, имеющий размерность площади, измеряемый, по предложению американских авторов, в дарси ($10^8 \text{ Д} = 1 \text{ см}^2$) и одинаковый во всей области пласта¹.

Пользуясь формулами (7), граничное условие (6) можно переписать так:

$$\frac{1}{\mu_v} |\text{grad } p_v| = \frac{1}{\mu_n} |\text{grad } p_n| \quad (6a)$$

или, пользуясь обозначениями производной по нормали к контуру A_n ,

$$\frac{1}{\mu_v} \frac{\partial p_v}{\partial n} = \frac{1}{\mu_n} \frac{\partial p_n}{\partial n} \quad (6б)$$

¹ Видоизменение этого предположения об одинаковой проницаемости пласта дано в специальном приложении в конце книги.

Дифференциальное уравнение контура нефтеносности A_n можно составить, исходя из таких предположений: пусть уравнение контура нефтеносности в произвольный момент времени t имеет вид:

$$F(x, y, t) = 0; \quad (8a)$$

через бесконечно малый промежуток времени δt контур нефтеносности должен будет удовлетворять уравнению:

$$F(x + \delta x, y + \delta y, t + \delta t) = 0. \quad (8)$$

Учитывая, что $\delta x = v_{xi} \delta t$, $\delta y = v_{yi} \delta t$, и раскладывая функцию, стоящую в левой части формулы (8), в ряд Тейлора, ограничиваясь членами первого порядка малости, получим:

$$F(x, y, t) + \left(\frac{\partial F}{\partial x} v_{xi} + \frac{\partial F}{\partial y} v_{yi} \right) \delta t + \frac{\partial F}{\partial t} \delta t = 0,$$

где v_{xi} , v_{yi} — проекции истинной скорости $\bar{v}_i$ на декартовы оси координат. Учитывая формулу (8a) и пользуясь символикой векторного анализа, переписав последнюю формулу так:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + (\bar{v}_i, \text{grad } F) = 0. \quad (8б)$$

Замечая, что истинная скорость $\bar{v}_i$ и скорость фильтрации $\bar{v}$ связаны соотношением:

$$\bar{v} = m \bar{v}_i, \quad (9)$$

где m — пористость пласта, получим:

$$m \frac{\partial F}{\partial t} + (\bar{v}, \text{grad } F) = 0, \quad (10)$$

Здесь v — скорость фильтрации в любой точке контура нефтеносности. Пользуясь соотношениями (6) и (7), окончательное дифференциальное уравнение контура нефтеносности получаем в таком виде:

$$m \frac{\partial F}{\partial t} = \frac{k}{\mu_n} (\text{grad } p_n, \text{grad } F) = 0. \quad (11)$$

При решении этого дифференциального уравнения необходимо учесть, что первоначальная форма контура нефтеносности известна.

При такой общей постановке задачи о вытеснении нефти водой удалось точно решить лишь в простейших случаях, которые мы и разберем в следующих параграфах.

§ 3. ПРЯМОЛИНЕЙНО-ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПОТОК. ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Пусть прямолинейный отрезок A_0 представляет собой контур области питания (рис. 2), из которой вода непрерывно поступает в пласт; вдоль A_0 поддерживается постоянное давление p_0 .

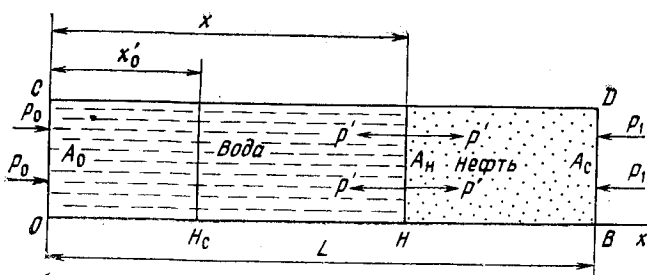


РИС. 2

Жидкость выходит из пласта через контур A_c , вдоль которого поддерживается постоянное противодействие $p_1 < p_0$. Длину пласта, т. е. расстояние между контурами A_0 и A_c , обозначим через L . Через A_n обозначим контур нефтеносности в какой-либо момент времени в процессе вытеснения нефти водой из пласта. Начало координат возьмем на контуре A_0 и ось x проведем вдоль движения жидкости по длине пласта. Расстояние между A_0 и A_n обозначим через x' .

Область между A_0 и A_n занята водой, а область между A_n и A_c нефтью. В процессе движения контур нефтеносности мигрирует в направлении к контуру A_c . Считая, что первоначальный водонефтяной контакт был расположен в одной вертикальной плоскости, движение жидкости по пласту будет одномерным — прямолинейно-параллельным, причем рис. 2 представляет собой продольное горизонтальное сечение пласта. Все остальные обозначения сохраним те же, что и в предыдущем параграфе.

Подобная постановка задачи может встретиться при изучении движения жидкости (воды и нефти) через призматическую трубу, заполненную пористой средой.

Глядя на рис. 2, можно себе представить, что мы имеем дело с пластом, ограниченным с боков непроницаемыми сбросами OB и CD ; вдоль DB пласт пересечен дренажной прямолинейной галереей A_c ; такой пласт имеет одностороннее питание со стороны области питания A_0 . Если бы вместо непрерывной дренажной галереи мы провели вдоль A_c группу скважин, то на большей части протяжения пласта движение оставалось бы почти одномерным — с подобным случаем, представляющим большой практический интерес, мы дальше встретимся при изучении режима работы скважин в пласте, ограниченном с трех сторон прямолинейными сбросами и с односторонним питанием (см. главу VI, § 41—49).

В нашей задаче с прямолинейно-параллельным потоком решения уравнений (1) и (2) будут иметь такой вид:

$$p_v = C_1 x + C_2, \quad (12)$$

$$p_n = C_3 x + C_4. \quad (13)$$

Граничные условия (3), (4) и (5) запишутся так:

$$\left. \begin{aligned} x=0, \quad p_{\text{в}} &= p_0; \\ x=x', \quad p_{\text{в}} &= p'; \\ x=x', \quad p_{\text{н}} &= p'; \\ x=L, \quad p_{\text{н}} &= p_1. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Пользуясь граничными условиями (14), определим все четыре константы, входящие в уравнения (12) и (13). В результате получим:

$$p_{\text{в}} = p_0 - \frac{p_0 - p'}{x'} x, \quad (15)$$

$$p_{\text{н}} = p_1 + \frac{p' - p_1}{L - x'} (L - x). \quad (16)$$

В уравнения (15) и (16) входит неизвестная, подлежащая определению, величина p' — давление на контуре нефтеносности $A_{\text{н}}$. Эту величину определим, используя граничное условие (6б), которое в условиях данной задачи, примет вид:

$$\frac{1}{\mu_{\text{н}}} \frac{\partial p_{\text{н}}}{\partial x} = \frac{1}{\mu_{\text{в}}} \frac{\partial p_{\text{в}}}{\partial x}. \quad (17)$$

Подставив в (17) $p_{\text{в}}$ и $p_{\text{н}}$ из (15) и (16), найдем p' :

$$p' = \frac{p_0 \mu_{\text{н}} (L - x') + p_1 \mu_{\text{в}} x'}{\mu_{\text{н}} (L - x') + \mu_{\text{в}} x'}. \quad (18)$$

Формула (18) определяет давление на контуре нефтеносности в функции координаты x' , соответствующей положению этого контура. Подставляемая p' из (18) в формулы (15) и (16) найдем распределение давлений в областях, занятых водой и нефтью:

$$p_{\text{в}} = p_0 - \frac{\mu_{\text{в}} (p_0 - p_1)}{\mu_{\text{н}} (L - x') + \mu_{\text{в}} x'} x, \quad (19)$$

$$p_{\text{н}} = p_1 + \frac{\mu_{\text{н}} (p_0 - p_1)}{\mu_{\text{н}} (L - x') + \mu_{\text{в}} x'} (L - x). \quad (20)$$

Из формул (19) и (20) легко убедиться в том, что

$$|\text{grad } p_{\text{в}}| < |\text{grad } p_{\text{н}}|; \quad (21)$$

это вполне согласуется с формулой (6а), ибо $\mu_{\text{в}} < \mu_{\text{н}}$.

Скорость v фильтрации воды и нефти найдем, если используем формулы (7) и заметим, что в данной задаче, в каждый данный момент времени, все частицы жидкости во всем пласте имеют одинаковые скорости. Итак, из формул (7) найдем:

$$v = - \frac{k}{\mu_{\text{н}}} \frac{\partial p_{\text{н}}}{\partial x} = - \frac{k}{\mu_{\text{в}}} \frac{\partial p_{\text{в}}}{\partial x}. \quad (22)$$

Пользуясь формулой (22) и любой из формул (19) или (20), получим:

$$v = \frac{k(p_0 - p_1)}{\mu_n(L - x') + \mu_b x'} \quad (23)$$

С другой стороны, скорость фильтрации, на основании формулы (9), можно записать так:

$$v = m \frac{dx'}{dt} \quad (24)$$

Приравнивая правые части формул (23) и (24), получим дифференциальное уравнение, связывающее переменные x' и t ; разделяя переменные и интегрируя это уравнение, найдем:

$$\frac{k}{m}(p_0 - p_1)t = (\mu_b - \mu_n) \frac{x'^2 - x_0'^2}{2} + \mu_n L(x' - x_0') \quad (25)$$

В этом уравнении через x_0' обозначено значение координаты x' в начальный момент времени $t=0$; на рис. 2 начальное положение контура нефтеносности нанесено пунктиром; $x_0' = OH_0$. Время T вытеснения водой всей нефти из пласта найдем, положив в формуле (25) $x' = L$, т. е. положив, что контур нефтеносности дошел до контура A_c :

$$T = \frac{m[\mu_n(L^2 - x_0'^2) + \mu_n(L - x_0'^2)]}{2k(v_0 - p_1)} \quad (26)$$

Решая квадратное уравнение (25), сможем выразить x' в функции t :

$$x' = \frac{\mu_n}{\mu_n - \mu_b} L - \sqrt{\left(\frac{\mu_n}{\mu_n - \mu_b} L - x_0'\right)^2 - 2 \frac{k(p_0 - p_1)}{m(\mu_n - \mu_b)} t} \quad (27)$$

Перед радикалом мы сохраняем знак минус, ибо из физических соображений ясно, что всегда должно быть $x_0' < L$.

Подставляя x' из (27) в (23), найдем скорость в функции времени:

$$v = \frac{k(p_0 - p_1)}{\sqrt{[\mu_n L - (\mu_n - \mu_b)x_0']^2 - \frac{2k(p_0 - p_1)}{m}(\mu_n - \mu_b)t}} \quad (28)$$

Эту формулу для скорости фильтрации можно было бы получить и другим способом: продифференцировать x' по времени и подставить значение производной в формулу (24).

Зная скорость, легко найти дебит жидкости; обозначив поперечное сечение пласта через F , найдем:

$$Q = Fv \quad (29)$$

Количество жидкости, добытое из пласта за время t , т. е. суммарную добычу S , сможем найти из формулы:

$$S = \int_0^t Q dt. \quad (30)$$

Впрочем, у нас есть уже все данные для того, чтобы сразу же написать формулу для добычи. Действительно, количество жидкости S , добытой из пласта за время t , должно быть таково:

$$S = mF(x' - x_0'). \quad (31)$$

Подставляя значение x' из (27) в (31), найдем:

$$S = mF \left[\frac{\mu_n (L - x_0') + \mu_v x_0'}{\mu_n - \mu_v} - \sqrt{\left(\frac{\mu_n}{\mu_n - \mu_v} L - x_0' \right)^2 - 2 \frac{k(p_0 - p_1)}{m(\mu_n - \mu_v)} t} \right]. \quad (32)$$

При условии $\mu_v < \mu_n$ из формул (23) и (28) ясно видно, что, по мере того, как вода вытесняет из пласта нефть, т. е. по мере возрастания x' и t , скорость движения жидкости (а следовательно, и дебит) возрастает. Возрастание скорости и дебита при постоянном перепаде давления $(p_0 - p_1)$ объясняется тем, что жидкость большей вязкости вытесняется постепенно из пласта жидкостью меньшей вязкости, а поэтому сопротивление движению уменьшается. Наибольшее значение скорости мы получим из формулы (23), положив $x' = L$:

$$v = \frac{k(p_0 - p_1)}{\mu_v L}. \quad (23 а)$$

Это значение скорости будет в дальнейшем сохраняться неизменным, если перепад давления постоянен и через пласт будет продолжаться движение уже только одной воды.

Если бы вязкость вытесняющей жидкости была больше вязкости вытесняемой жидкости, то картина получилась бы обратная — скорость и дебит постепенно бы убывали.

§ 4. СОПОСТАВЛЕНИЕ НЕКОТОРЫХ СЛУЧАЕВ ПРЯМОЛИНЕЙНО-ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ПО ПЛАСТУ ОДНОЙ И ДВУХ ЖИДКОСТЕЙ

Здесь полезно рассмотреть несколько частных случаев.

1. Предположим, что весь пласт заполнен только нефтью, так что нефть будет выталкиваться все время нефтью же; в этом случае во всех формулах следует положить $\mu_v = \mu_n$. Тогда, например, из формулы (26) получим то время T , которое необходимо, чтобы частицы нефти, находившиеся на контуре A_n , дошли бы до конца пласта A_c :

$$T = \frac{m \mu_n L (L - x_0')}{k(p_0 - p_1)}. \quad (33)$$

Если в формуле (32) положить $\mu_v = \mu_n$, то получим неопределенность; преобразовывая формулу и раскрывая неопределенность по правилу Лопиталья, найдем добычу за время t :

$$S = \frac{Fk(p_0 - p_1)t}{\mu_n L} \quad (32a)$$

Для этого же случая из формул (28) и (29) получим:

$$Q = \frac{Fk(p_0 - p_1)}{\mu_n L} = \text{const.} \quad (34)$$

Вясним теперь следующее: насколько процесс выталкивания водой нефти совершается быстрее процесса проталкивания нефти нефтью же. Чтобы ответить на этот вопрос, разделим время $T_{вн}$, определяемое формулой (26), на время T_n , определяемое формулой (33) и обозначим это отношение буквой β :

$$\beta = \frac{T_{вн}}{T_n} = \frac{\mu_v(L + x'_0) + \mu_n(L - x'_0)}{2\mu_n L}, \quad (35a)$$

или

$$\beta = \frac{T_{вн}}{T_n} = \frac{1}{2\mu_0} \left[\mu_0 + 1 - \frac{x'_0}{L}(\mu_0 - 1) \right], \quad (35)$$

где

$$\mu_0 = \frac{\mu_n}{\mu_v}, \quad (36)$$

μ_0 представляет собой относительную вязкость (вязкость нефти по отношению к вязкости воды). Числовая таблица, иллюстрирующая смысл формулы (35), будет приведена дальше.

II. Рассмотрим теперь другой частный случай: предположим, что вязкость выталкивающей жидкости значительно меньше вязкости выталкиваемой жидкости; будем даже в пределе считать, что $\mu_v = 0$. Тогда из формулы (19) найдем:

$$p_v = p_0. \quad (19a)$$

Соответственно изменятся и формулы (18) — (32). Из формулы (19a) следует, что давление в области, занятой водой, остается всюду постоянным; область постоянного давления p_0 расширяется по мере передвижения контура нефтеносности A_n .

Наличие движения в области, занятой водой, несмотря на отсутствие перепада давления, можно объяснить воображаемым отсутствием сопротивления в этой области. Такого рода предельный случай и был рассмотрен проф. Лейбензоном [1], считавшим, что на контуре нефтеносности, во все время проталкивания нефти водой, остается постоянное давление p_0 . В некоторых случаях, когда жидкость очень малой вязкости вытесняет из пористой среды жидкость очень большой вязкости. Формулами проф. Лейбензона можно пользоваться с достаточной степенью

точности; для получения большей точности лучше пользоваться выведенными здесь формулами (8) — (32).

Все формулы проф. Лейбензона выведены, к тому же, при том предположении, что $x_0' = 0$; мы увидим дальше насколько это ограничение существенно для многих важных практических выводов.

III. Рассмотрим третий частный случай: положим $x_0' = 0$; если внесем это предположение в наши формулы (18) — (35), то получим формулы Маскета [2]. Предположение Маскета о том, что в начальный момент весь пласт заполнен нефтью, т. е. что в начальный момент контур нефтеносности совпадает с контуром области питания, ни в какой мере не соответствует тем случаям, которые представляют особый интерес для пластовой нефтемеханики. По меткому выражению Абрагама — изложение некоторых идей Абрагама см. в книге [3] — в условиях пласта с водонапорным режимом залежь нефти можно рассматривать как «пузырек» окруженный со всех сторон водой. Мы поэтому считаем необходимым в своих выводах не связывать себя упомянутым частным предположением и наши формулы (18) — (35) справедливы при любом значении x_0' .

Из своих формул Маскет сделал целый ряд практических выводов, причем некоторые из них оказались неверными и сильно искажающими истинную картину явлений именно потому, что все формулы Маскета выведены при ограничительном предположении $x_0' = 0$. Внесем, например, это предположение в нашу формулу (35), получим:

$$\frac{T_{вн}}{T_n} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 + 1}{\mu_0}. \quad (35б)$$

Из формулы (35) и (35б) видно, что при $\mu_0 = 1$ величины времени $T_{вн}$ и T_n равны друг другу, но если $\mu_0 > 1$ (вязкость воды меньше вязкости нефти), то можно утверждать, что чем больше μ_0 , тем сильнее $T_{вн}$ отличается от T_n . Если в формуле Маскета (35б) мы положим $\mu_0 \rightarrow \infty$, то найдем тот предел, к которому стремится отношение сравниваемых времен $T_{вн}$ и T_n :

$$\frac{T_{вн}}{T_n} \rightarrow \frac{1}{2}. \quad (37)$$

Отсюда Маскет делает такой вывод: при прямолинейно-параллельном движении процесс вытеснения нефти водой протекает не более чем в два раза быстрее процесса вытеснения нефти нефтью же из такого же пласта. Это, конечно, верно, но не надо забывать, что такой вывод справедлив лишь для очень частного случая $x_0' = 0$; вот это последнее обстоятельство Маскет не подчеркивает, ибо совершенно не рассматривает более общего случая $x_0' \neq 0$. Совсем к иному выводу мы придем, если положим $\mu_0 \rightarrow \infty$ в нашей формуле (35):

$$\frac{T_{вн}}{T_n} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x_0'}{L} \right). \quad (38)$$

При $x_0' \rightarrow L$ получим $T_{вн}/T_n \rightarrow 0$; так, например, уже при $x_0' = 0,9L$ имеем $T_{вн}/T_n = 0,05$, т. е. в данном случае процесс вытеснения нефти водой протекает в 20 раз скорее процесса вытеснения нефти нефтью же. Анализируя наши формулы (35) и (38), мы приходим к такому выводу: процесс вытеснения из пласта нефти водой протекает тем более быстро, по сравнению с процессом вытеснения нефти нефтью же, чем больше относительная вязкость μ_0 и чем меньше область, занятая в пласте нефтью, по сравнению с протяженностью пласта, т. е. чем меньше x_0' отличается от L .

Табл. 1 подтверждает справедливость нашего вывода и одновременно показывает насколько ограничен, и потому для многих практических целей совершенно неприемлем, был вывод Маскета. Диапазон применимости формулы Маскета можно проследить по первой графе табл. 1, т. е. при значении $x_0' = 0$.

В таблице приведены значения $T_{вн}/T_n$ при различных величинах относительной вязкости и при различных отношениях начальной координаты x_0' контура нефтеносности к длине пласта L .

Возьмем три значения относительной вязкости $\mu_0 = \mu_1$, $\mu_0 = \mu_2$ и $\mu_0 = \infty$; соответствующие отношения времени $T_{вн}/T_n$ обозначим так: β_1 , β_2 , β_3 .

Спрашивается: при каком соотношении между вязкостями μ_1 и μ_2 возможно соотношение

$$\beta_2 = \frac{\beta_1 + \beta_3}{2} ? \quad (A)$$

Чтобы ответить на этот вопрос, подставим в формулу (A) значения β_1 и β_2 из формулы (35) и β_3 из формулы (38); после простых преобразований получим:

$$\left[\frac{\mu_2 - 1}{\mu_2} - \frac{\mu_1 - 1}{2\mu_1} - \frac{1}{2} \right] \frac{x_0'}{L} - \left(\frac{\mu_2 + 1}{\mu_2} - \frac{\mu_1 + 1}{2\mu_1} - \frac{1}{2} \right) = 0. (B)$$

Мы хотим, чтобы равенство (A), а, следовательно, и равенство (B) имело место при всех значениях отношения x_0'/L .

Следовательно, заключенный в квадратные скобки коэффициент при x_0'/L , а также заключенный в круглые скобки свободный член уравнения (B) нужно порознь приравнять нулю. Приравнявая нулю упомянутые выражения, мы получим два уравнения для определения μ_2 и μ_1 ; из этих уравнений одно оказывается следствием другого, а потому, в итоге, определяется искомое соотношение между вязкостями:

$$\mu_2 = 2\mu_1. \quad (C)$$

Это соотношение, при котором оказывается справедливой формула (A), вполне оправдывает подмеченную закономерность в табл. 1. Упомянутая закономерность позволяет сразу же определить величину β_2 , если предварительно по формулам (35) и (38) найдены величины β_1 и β_3 — это замечание способно значительно

Таблица 1

$x_0^{1/2}$	Относительная вязкость μ_0											
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,99	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	0,750	0,725	0,700	0,675	0,650	0,625	0,600	0,575	0,550	0,525	0,5025	0,50
5	0,60	0,56	0,52	0,48	0,44	0,40	0,36	0,32	0,28	0,24	0,2040	0,20
10	0,550	0,505	0,460	0,415	0,370	0,325	0,280	0,235	0,190	0,145	0,1045	0,10
20	0,5250	0,4775	0,4300	0,3825	0,3350	0,2875	0,2400	0,1925	0,1450	0,0975	0,05475	0,05
	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	0,005	0

Примечание. В таблице приведены точные значения отношения $T_{вн}/T_n$ без округлений — подобная точность подсчетов (до третьего или четвертого десятичного знака) нужна не для практических целей, а для того, чтобы отметить некоторые закономерности. Например, значения отношений

$T_{вн}/T_n$ для случая $\mu_0=10$ получаются, как средние арифметические для случаев $\mu_0=5$ и $\mu_0=\infty$.

То же самое можно сказать и о значениях этого отношения для случая $\mu_0=2$ по сравнению со случаями $\mu_0=1$ и $\mu_0=\infty$. Эту закономерность можно вывести и из анализа формул (35) и (38).

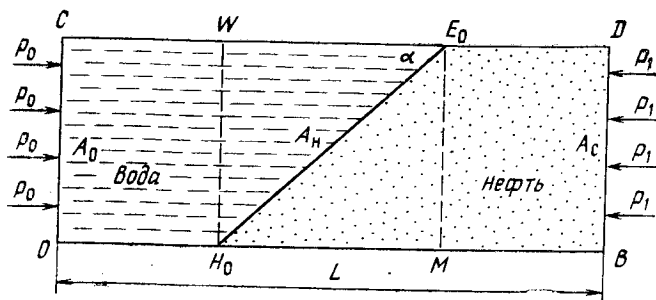


РИС. 3

упростить подсчеты для составления табл. 1. Заметим также, что последняя строка и последняя колонка табл. 1 представляют интерес лишь как указание тех пределов, к которым стремится отношение $T_{вн}/T_n$, когда $\mu_0 \rightarrow \infty$ или $x'_0/L \rightarrow 1$.

§ 5. ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ЗАДАЧИ, СВЯЗАННОЙ С ПОДСЧЕТОМ СУММАРНОЙ ДОБЫЧИ ВОДЫ И НЕФТИ ПРИ НАЛИЧИИ ЯЗЫКОВ ОБВОДНЕНИЯ

Рассмотрим пример применения полученных выше результатов. На рис. 3 представлен такой же пласт, как и на рис. 2. Единственное отличие состоит в том, что контур нефтеносности A_n в начальный момент занимает теперь положение H_0E_0 , т. е. в начальный момент вода и нефть соприкасаются по вертикальной плоскости, непараллельной границам пласта AB и CD . Движение и здесь будет происходить параллельно горизонтальной плоскости¹; рис. 3 и представляет одно из горизонтальных продольных сечений пласта. Благодаря тому, что контур нефтеносности в начальный момент не совпадает с изобарой, его форма в дальнейшем, в процессе выталкивания нефти водой, будет все время изменяться и, строго говоря, движение не является одномерным. Особый интерес эта задача представляет вот почему: сопротивление движению в части пласта, ближайшей к стороне CD , будет меньше, чем в части, ближайшей к стороне OB (CD и OB — непроницаемые границы пласта), ибо со стороны CD жидкостью с меньшей вязкостью (водой) занято большее протяжение пласта, чем со стороны OB . Мы поэтому вправе ожидать, что частица жидкости E_0 достигнет края пласта BD скорее чем частица M и частица E_0 будет, в силу указанного различия в сопротивлении движению, двигаться скорее, чем H_0 . Было бы поэтому совершенно неправильно считать, что, когда частица E_0 достигнет контура DB , т. е. когда начнется его обводнение («дренажной галереи»),

¹ Здесь мы не учитываем искажения в форме водонефтяного контакта, связанного с гравитационным эффектом и выражающегося в забегании воды вперед вдоль подошвы пласта.

то будто бы к этому моменту из пласта успеет выйти объем нефти, ограниченный на рис. 3 контуром ME_0DB ; на самом деле из пласта выйдет к этому моменту нефти меньше. Так же точно было бы совершенно неправильно считать, что к тому моменту, когда частица H_0 дойдет до контура BD , т. е. когда вся нефть будет выбрана из пласта, будто бы к этому моменту из пласта успеет выйти объем жидкости, ограниченный на рис. 3 контуром H_0WDB ; на самом деле из пласта выйдет к этому моменту жидкости больше. Такие предположения были бы справедливы только для случая $\mu_0=1$, т. е. пренебрегая разностью в вязкостях воды и нефти. Чем больше μ_0 отличается от 1, тем более неточными оказываются подобные предположения. Заметим, что именно такие предположения были положены инж. В. П. Яковлевым в основу большинства подсчетов, приведенных в его статье, посвященной расстановке скважин¹. Поскольку неточна основа, постольку неточными оказываются и многие окончательные выводы Яковлева. В какой мере и в чем именно могут оказаться неверными упомянутые только что предположения будет видно из дальнейшего.

Вернемся к нашему примеру.

Точное решение этой задачи в той же ее постановке, которой отвечает рис. 3, представляет значительные трудности. Мы наметили такой приближенный метод решения²: разделим контуры OC и BD на отдельные малые элементы и соединим точки деления прямыми линиями, параллельными CD и OB . Весь пласт тогда окажется разделенным на элементы; мы предположили, что выталкивание нефти водой внутри каждого такого элемента следует выведенным нами ранее законам одномерного движения и происходит независимо от движения жидкости в других элементах.

На базе подобного предположения удалось сразу же обнаружить, что первоначально прямолинейный контур нефтеносности H_0E_0 принимает в дальнейшем гиперболическую форму, точка E_0 все сильнее и сильнее опережает точку H_0 . В этом смысле можно сказать, что в процессе вытеснения нефти водой наблюдается процесс прогрессивного нарастания языка обводнения. Под языком обводнения подразумевают обычно ту часть пласта, которую занимает вода, обогнавшая основной фронт наступления краевой воды; язык обводнения появляется при неравномерном продвижении контура нефтеносности.

Если первоначальный язык обводнения характеризуется отрезком WE_0 , показывающим насколько частица воды E_0 находится впереди частицы нефти H_0 , то в процессе дальнейшего вытеснения нефти водой величина отрезка возрастает.

¹ В. П. Яковлев. О размещении скважин при водонапорных режимах. Нефтяное хозяйство, № 3—5, 1940 г.

² Идея этого метода заимствована нами из книги проф. Л. С. Лейбензона [2].

Подробное решение этой задачи, по предложенному нами приближенному методу, было проведено студентом Днепропетровского государственного университета М. З. Чарным. М. З. Чарный получил формулы дебита, суммарной добычи за некоторый интервал времени, скорости и т. д., т. е. формулы, аналогичные выведенным формулам (23)—(32), но применительно к задаче данного параграфа. Не будем здесь приводить эти формулы, некоторые из них получились довольно громоздкими, а приведем результаты подсчетов.

Пример I. Пусть мы имеем дело с примером вытеснения водой нефти из пласта при тех же условиях, какие были описаны в начале настоящего параграфа и изображены на рис. 3. Зададимся такими числовыми данными: относительная вязкость $\mu_0 = 5$, ширина пласта $BD = 0,5 L$, угол α между первоначально прямолинейным контуром нефтеносности H_0E_0 и прямолинейными непроницаемыми стенками пласта пусть будет равным 45° , отрезок $OH_0 = 0,25 L$. Будем отнестись все подсчеты к единице мощности пласта. Общее количество жидкости (воды и нефти), содержащейся в пласте $OCDB$ (см. рис. 3) будет равно:

$$\tau = m(OB)(BD) = 0,5 mL^2, \quad (a)$$

где m — эффективная пористость пласта.

Подсчеты по приближенному методу, произведенные студентом М. З. Чарным, показали, что суммарная добыча чистой нефти через весь контур A_c , от начала эксплуатации до того момента, когда язык обводнения, т. е. находящаяся впереди частица воды E_0 , достигнет контура A_c (дренажной галереи или, вообще, выхода из пласта), будет равна:

$$S_n = 0,101 mL^2 \approx 0,2 \tau. \quad (б)$$

Количество всей жидкости (воды и нефти), которое должно быть выбрано через контур A_c до того момента, как пласт будет полностью обводнен, т. е. до того момента, когда последняя частица нефти H_0 контура нефтеносности достигнет контура A_c , будет равно:

$$S_{вн} = 0,448 mL^2 = 1,33 \tau. \quad (в)$$

Отметим, что эти подсчеты произведены по приближенному методу, но характер приближения таков, что истинное значение S_n может быть несколько меньше того, какое указано в формуле (б), а истинное значение $S_{вн}$ может быть несколько больше того, какое указано в формуле (в).

Сравним эти результаты с тем упрощенным методом подсчета, который был упомянут в настоящем параграфе и который совсем игнорирует разность в вязкостях.

Если пренебречь разностью в вязкостях, то в момент начала обводнения к контуру BD подойдут одновременно все частицы нефти, лежащие на контуре ME_0 , т. е. до начала обводнения будет выбрано чистой нефти:

$$S_n' = m(MB)(BD) = 1/8 mL^2 = 0,25 \tau. \quad (г)$$

Так же точно, к тому моменту, когда пласт будет полностью обводнен и из пласта будет выбрана вся нефть, к контуру BD одновременно подойдут все частицы, лежащие на контуре H_0W . К этому моменту, когда добыча нефти прекратится и пласт будет давать только одну воду, суммарная добыча жидкости (воды и нефти) будет равна:

$$S'_{вн} = m(H_0B)(BD) = \frac{3}{8} mL^2 = 0,75 \tau. \quad (д)$$

Сравним результаты подсчетов по двум методам, сведенные в формулы (б) — (д):

$$\frac{S_{\Pi}'}{S_{\Pi}} \geq 1,25, \quad (е)$$

$$\frac{S'_{\text{вн}}}{S_{\text{вн}}} \leq 0,56. \quad (ж)$$

В формулах (е) и (ж) мы ввели знаки неравенства, учитывая сказанное о том, в какую сторону мог давать ошибки наш приближенный метод подсчета величин S_{Π} и $S_{\text{вн}}$. Как показывают формулы (е) и (ж), упрощенный неточный метод подсчета, пренебрегающий разностью в вязкостях воды и нефти, дает такую величину добычи чистой нефти, которая более чем на 25 % превышает истинную добычу чистой нефти; так же точно, подсчет суммарной добычи жидкости (воды и нефти) до полного обводнения пласта по упрощенному неточному методу дает величину, которая составляет менее 56 % от истинной суммарной добычи жидкости.

Дополним сказанное таким подсчетом: при принятых условиях, в начальный момент половина объема всего пласта занята нефтью (объем, ограниченный контуром $H_0 E_0 DB$, составляет половину объема всего пласта); обозначая этот объем нефти через τ_{Π} , получим:

$$\tau_{\Pi} = 0,5 \tau. \quad (з)$$

Из формул (в), (д) и (з) следует:

$$\frac{S_{\text{вн}}}{\tau_{\Pi}} \geq 2,66; \quad \frac{S'_{\text{вн}}}{\tau_{\Pi}} = 1,5. \quad (и)$$

Итак, упрощенный метод подсчета указывает, что для извлечения всей нефти надо добыть количество жидкости (воды и нефти), составляющее 150 % от отобранной нефти; в действительности же это количество будет превосходить 266 % по отношению к отобранному количеству нефти.

Приведенный пример убеждает нас в том, что неточный, упрощенный метод, игнорирующий разность в вязкостях воды и нефти, при подсчетах добытой чистой нефти и суммарного отбора жидкости приводит к значительным ошибкам. Подчеркнем еще раз, что изложенный в настоящем параграфе наш приближенный метод подсчета учитывал разность в вязкостях воды и нефти; если бы мы решили задачу совершенно точно, то разница между точным решением и подсчетами по упрощенному, неточному методу, пренебрегающему различием в вязкостях воды и нефти, получилась бы еще большей.

Заметим также, что приведенный пример является сравнительно «благоприятным», можно было бы привести другие примеры (с иными начальными условиями, с иными размерами пласта и с иной величиной относительной вязкости), которые бы дали для упрощенного, неточного метода еще худшие результаты.

Эти наши замечания следует иметь в виду при ознакомлении с работой инж. В. П. Яковлева, уже упоминавшейся в настоящем параграфе.

Пример II. Сохраним те же самые предположения о размерах сторон пласта и о положении контура нефтеносности, которые были приняты в предыдущем примере.

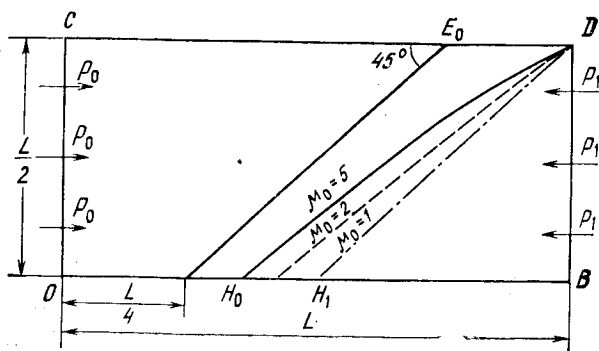


РИС. 4

На рис. 4 нанесен первоначальный контур нефтеносности H_0E_0 , а также положение этого контура в момент начала обводнения контура DB , т. е. когда частица воды E_0 достигает положения D . Кроме того нанесены три положения контура нефтеносности, отвечающие моменту начала обводнения для трех случаев: $\mu_0=5$, $\mu_0=2$, $\mu_0=1$. Ясно, что при $\mu_0=1$ контур нефтеносности будет перемещаться параллельно самому себе так, что $H_0E_0 \parallel H_1D$.

Для построения этих контуров достаточно воспользоваться формулами (26) и (27), рассматривая движение в каждом элементе пласта как однородное — согласно методу, изложенному в данном параграфе.

Пример III. Для применения изложенного приближенного метода к анализу характера движения контура нефтеносности в пласте такого типа, какой был изображен на рис. 3, совсем обязательно считать первоначальный контур нефтеносности прямолинейным. На рис. 5 взят пример криволинейного контура нефтеносности с утрированно резко выдающимся языком обводнения. Положим, для простоты, что точка M контура нефтеносности первоначально совпадала с какой-то точкой контура A_0 , а точка N контура нефтеносности отстояла от контура A_0 на расстояние $0,5 L$. Пользуясь формулами (26) и (27) и тем приближенным методом, который был изложен в данном параграфе, можно показать, что когда точка N контура нефтеносности, пройдя расстояние $0,5 L$, достигнет контура A_c , т. е., когда начнется обводнение дренажной галереи BD , то к этому моменту точка M пройдет путь, вдвое меньший, т. е. путь $0,25 L$; этот подсчет сделан в предположении, что $\mu_0=5$. Если бы $\mu_0=3$, то точка M прошла бы путь $0,3 L$ к тому моменту, когда N прошла путь $0,5 L$.

Наконец, при $\mu_0=1$ точка M прошла бы тот же самый путь $0,5 L$, что и точка N .

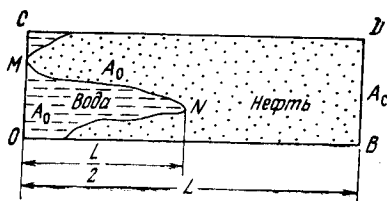


РИС. 5

§ 6. ПЛОСКО-РАДИАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ. ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Сохраняя все условия и обозначения § 2, решим теперь такую задачу: требуется исследовать вытеснение нефти водой в скважину, причем контур скважины A_c , первоначальный контур нефтеносности A_n и контур области питания A_0 являются concentрическими окружностями. На контурах A_0 и A_c заданы давления $p_0 = \text{const}$ и $p_1 = \text{const}$ (рис. 6).

В силу полной симметрии мы можем быть уверены в том, что контур нефтеносности, стягиваясь, будет все время оставаться concentричным скважине.

Поместив начало полярных координат в центре скважины, мы можем утверждать, что давление, являясь функцией точки, будет зависеть только от радиуса-вектора точки, т. е. только от расстояния r этой точки до центра пласта.

Уравнение Лапласа (1) переписывается поэтому в полярных координатах так:

$$\frac{d^2 p_n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dp_n}{dr} = 0 \quad (39)$$

или

$$\frac{d^2 p_n}{d(\ln r)^2} = 0. \quad (40)$$

Аналогичному уравнению будет удовлетворять и давление p_n в области пласта, занятой нефтью:

$$\frac{d^2 p_n}{d(\ln r)^2} = 0. \quad (41)$$

Решения уравнений (40) и (41) запишутся так:

$$p_n = C_1 \ln r + C_2, \quad (42)$$

$$p_n = C_3 \ln r + C_4. \quad (43)$$

Мы видим, что уравнения (42) и (43) отличаются от уравнений (12) и (13) только тем, что в (42) и (43) вместо координаты x стоит $\ln r$ (заметим, что задачу данного параграфа о плоско-

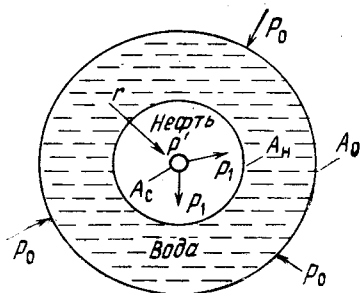


РИС. 6

радиальном движении жидкости можно было бы свести к задаче о прямолинейно-параллельном движении, изложенной в § 3, если бы произвести конформное отображение с помощью логарифмической функции; контуры A_0 , A_n , A_c рис. 6 отобразились бы на контуры A_0 , A_n , A_c (рис. 2).

Граничные условия запишутся здесь так:

$$\begin{aligned} r = R_0 \dots \dots p_B &= p_0, \\ r = r' \dots \dots p_B &= p', \\ r = r' \dots \dots p_n &= p', \\ r = R_1 \dots \dots p_n &= p_1. \end{aligned} \quad (44)$$

Здесь R_0 и R_1 — радиусы кругового контура области питания A_0 и скважины A_c , а r' — радиус контура нефтеносности A_n в какой-то момент времени t . Ясно, что радиус r' будет уменьшаться по мере того, как контур нефтеносности стягивается к скважине. Радиус первоначального контура нефтеносности обозначим через r_0^1 .

Пользуясь граничными условиями (44), определим все четыре константы, входящие в уравнения (42) и (43). В результате получим:

$$p_B = p_0 - \frac{p_0 - p'}{\ln \frac{R_0}{r'}} \ln \frac{R_0}{r}, \quad (45)$$

$$p_n = p_1 + \frac{p' - p_1}{\ln \frac{r'}{R_1}} \ln \frac{r}{R_1}. \quad (46)$$

В уравнения (45) и (46) входит неизвестная, подлежащая определению, величина p' — давление на контуре нефтеносности A_n . Эту величину определим, используя граничное условие (66), которое в условиях данной задачи примет вид:

$$\frac{1}{\mu_n} \frac{\partial p_n}{\partial r} = \frac{1}{\mu_B} \frac{\partial p_B}{\partial r}. \quad (47)$$

Подставив в (47) p_B и p_n из (45) и (46), найдем p' :

$$p' = \frac{p_0 \mu_n \ln \frac{r'}{R_1} + p_1 \mu_B \ln \frac{R_0}{r'}}{\mu_n \ln \frac{r'}{R_1} + \mu_B \ln \frac{R_0}{r_1}}. \quad (48)$$

С помощью формулы (48) можно исключить p' из формул (45) — (46).

$$p_B = p_0 - \frac{\mu_B (p_0 - p_1)}{\mu_n \ln \frac{r'}{R_1} + \mu_B \ln \frac{R_0}{r'}} \ln \frac{R_0}{r}, \quad (49)$$

$$p_n = p_1 + \frac{\mu_n (p_0 - p_1)}{\mu_n \ln \frac{r'}{R_1} + \mu_B \ln \frac{R_0}{r'}} \ln \frac{r'}{R_1}. \quad (50)$$

Модуль скорости в любой точке пласта найдем, используя формулы (7) и (49) или (50):

$$v = \frac{k (p_0 - p_1)}{\mu_n \ln \frac{r'}{R_1} + \mu_B \ln \frac{R_0}{r'}} \cdot \frac{1}{r}, \quad (51)$$

т. е., как и следовало ожидать при плоско-радиальном движении, скорость в любой точке пласта обратно пропорциональна радиус-вектору этой точки.

Дебит q скважины, приходящийся на единицу мощности пласта, получим в таком виде:

$$q = 2\pi r v = \frac{2\pi k (p_0 - p_1)}{\mu_n \ln \frac{r'}{R_1} + \mu_B \ln \frac{R_0}{r'}}. \quad (52)$$

Постараемся теперь найти соотношение между радиусом r' стягивающегося контура нефтеносности и временем t . Для этого заметим, что

$$v = -m \frac{dr'}{dt}; \quad (53)$$

знак минус в правой части ставим потому, что скорость направлена в сторону убывания радиуса r' .

Беря из формулы (51) значение скорости для контура нефтеносности, т. е. для $r=r'$, и подставляя это значение скорости в формулу (53), получим, разделяя переменные:

$$\frac{k (p_0 - p_1)}{m} dt = -(\mu_n - \mu_B) r' \ln r' dr' + (\mu_n \ln R_1 - \mu_B \ln R_0) r' dr'.$$

Интегрируем это дифференциальное уравнение, учитывая, что при $t=0$ имеем $r'=r_0'$, а моменту времени t отвечает значение радиуса r' , получим:

$$\begin{aligned} \frac{k (p_0 - p_1)}{m} t &= \frac{\mu_B \ln R_0 - \mu_n \ln R_1}{2} (r_0'^2 - r'^2) + \\ &+ \frac{\mu_n - \mu_B}{2} (r_0'^2 \ln r_0' - r'^2 \ln r') - \frac{\mu_n - \mu_B}{4} (r_0'^2 - r'^2). \end{aligned} \quad (54)$$

С помощью уравнения (54) можно легко определить момент времени, отвечающий любому заданному положению контура нефтеносности; обратная задача, т. е. определение радиуса контура нефтеносности, отвечающего заданному моменту времени, более сложна, ибо уравнение (54) трансцендентно по отношению к r' .

Полное время T вытеснения всей нефти в скважину найдем, если в формуле (54) положим $r'=R_1$:

$$T = \frac{m}{2k(p_0 - p_1)} \left[(\mu_v \ln R_0 - \mu_n \ln R_1) (r_0'^2 - R_1^2) + \right. \\ \left. + (\mu_n - \mu_v) (r_0'^2 \ln r_0' - R_1^2 \ln R_1) - \frac{\mu_n - \mu_v}{2} (r_0'^2 - R_1^2) \right]. \quad (55)$$

Из формул (51) и (52) ясно видно, что при $\mu_n > \mu_v$ скорость в данной точке пласта и дебит скважины будут возрастать по мере убывания r' , т. е. по мере вытеснения нефти водой из пласта в скважину (при $\mu_n < \mu_v$ мы бы имели обратную картину).

Аналогичное явление было уже отмечено в конце § 3. Наибольшее значение дебита, отвечающее полному обводнению скважины, получим, если в формулу (52) подставим $r' = R_1$:

$$q = \frac{2\pi k(p_0 - p_1)}{\mu_v \ln \frac{R_0}{R_1}}. \quad (52a)$$

В книге Амброза¹ и в работах ряда других нефтяников можно найти многочисленные указания на увеличение дебита скважины при приближении контура краевых вод. Подобное самопроизвольное увеличение дебита скважины Амброз считает возможным рассматривать как признак, свидетельствующий о скором наступлении обводнения; речь идет именно о самопроизвольном увеличении дебита скважины даже в тех случаях, когда никаких специальных, искусственных мероприятий по повышению производительности скважин не применялось.

Таким образом, хотя развитая выше теория была построена на базе предположений, в некоторых смыслах идеализирующих реальные условия (так, например, кроме тех условий, которые были отмечены в начале § 2, мы всюду предполагали, что проницаемость пласта не изменяется, по мере того, как краевая вода, проталкивая перед собой нефть, проникает постепенно в область, первоначально занятую нефтью,— подобное предположение не совсем точно², и мы его приняли лишь для упрощения решения задачи), тем не менее эта теория правильно освещает смысл тех явлений, которые, как мы только что указывали, наблюдаются в нефтепромысловой практике.

С только что отмеченными явлениями, причина которых связана с разностью в вязкостях краевой воды и нефти, не следует смешивать прямо противоположных явлений, вызванных совершенно иными причинами. Известно, что в некоторых случаях наступление краевых вод приводит к падению дебита скважин, ибо вода, поднимаясь по крыльям складки, вытесняет нефть, т. е. жидкость меньшего удельного веса,— это приводит к падению пластового давления и, следовательно, к снижению дебита скважин.

¹ Амброз А. В. Подземные условия нефтяных месторождений. Изд. Совета нефтяной промышленности, 1923.

² См. приложение в конце данной книги, в котором упомянутое предположение отбрасывается и задача решается в более общем виде.

Так же точно, когда после обводнения краевая или подошвенная вода проникает в скважину — повышается удельный вес жидкости в самой скважине, тем самым повышается противодействие на забой и, благодаря этому, снижается дебит скважины. Желая сначала изучить влияние одного фактора — фактора разности в вязкостях краевой воды и нефти, мы пока совсем не касались последних упомянутых явлений, зависящих от других факторов.

§ 7. СОПОСТАВЛЕНИЕ НЕКОТОРЫХ СЛУЧАЕВ ПЛОСКО-РАДИАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ПО ПЛАСТУ ОДНОЙ И ДВУХ ЖИДКОСТЕЙ

Во многих случаях ход рассуждений данного параграфа повторяет анализ, проведенный в § 4; мы, однако, не могли объединить все выводы в одном параграфе, дабы не спутать формулы и количественные и качественные характеристики, справедливые для прямолинейно-параллельного движения.

Рассмотрим несколько частных случаев.

I. Предположим, что весь пласт и область питания заполнены только нефтью, так что нефть будет выталкиваться в скважину нефтью же; тогда во всех формулах предыдущего параграфа следует положить $\mu_v = \mu_n$. Подобное нереальное предположение мы делаем с той целью, чтобы на базе сопоставления выявить затем эффект разности в вязкостях нефти и краевой воды.

В этом частном случае из формул (55) и (54) получим:

$$t = \frac{m \mu_n}{2k (p_0 - p_1)} (r_0'^2 - r'^2) \ln \frac{R_0}{R_1}, \quad (56)$$

$$T = \frac{m \mu_n}{2k (p_0 - p_1)} (r_0'^2 - R_1^2) \ln \frac{R_0}{R_1}. \quad (57)$$

Здесь, следовательно, t и T обозначают те промежутки времени, которые необходимы, чтобы частица нефти прошла путь от точки пласта, находящейся от центра скважины на расстоянии r_0' , до точки пласта, отстоящей от центра скважины на расстоянии r' или (для T) на расстоянии R_1 , т. е. до самой скважины.

Выясним теперь следующее: насколько процесс выталкивания водой нефти совершается быстрее процесса проталкивания нефти нефтью же? Чтобы ответить на этот вопрос, разделим время $t_{вн}$, определяемое формулой (54), на время t_n , определяемой формулой (56), и обозначим это отношение буквой β :

$$\beta = \frac{t_{вн}}{t_n} = \frac{1}{\mu_0 \ln \frac{R_0}{R_1}} \left[\ln R_0 - \mu_0 \ln R_1 + \right. \\ \left. + \frac{(\mu_0 - 1) (r_0'^2 \ln r_0' - r'^2 \ln r')}{r_0'^2 - r'^2} - \frac{(\mu_0 - 1)}{2} \right]. \quad (58)$$

Через μ_0 здесь опять обозначена относительная вязкость нефти — см. формулу (36). Если мы положим в этой формуле $r' = R_1$, то

получим отношение тех времен $T_{вн}$ и T_n движения нефти до самой скважины, которые определяются соответственно формулами (56) и (57).

Числовая таблица, иллюстрирующая смысл формулы (58), будет приведена несколько ниже.

Положив $\mu_n = \mu_b$, из формулы (52) найдем:

$$q = \frac{2\pi k (p_0 - p_1)}{\mu_n \ln \frac{R_0}{R_1}}. \quad (59)$$

Пришли к классической формуле Дюпюи для дебита скважины; формула Дюпюи является, таким образом, частным случаем формулы (52).

II. Положим, что $\mu_b = 0$; тогда из формулы (49) найдем:

$$p_b = p_0. \quad (49a)$$

Соответственно изменятся и все остальные формулы (48) — (55). Такого рода предельный случай и был рассмотрен проф. Лейбензоном [1], принимавшим, кроме того, во всех своих выводах, что $r'_0 = R_0$. Все сказанное по этому поводу в § 4 остается в силе.

III. Положим $r'_0 = R_0$, но не будем считать, как в предыдущем случае, что $\mu_b = 0$. Если внесем подобное предположение в наши формулы (48) — (55), то получим формулы Маскета [2].

В § 4 мы уже отметили следующее: предположение Маскета о том, что в начальный момент контур нефтеносности совпадает с контуром области питания, не только не соответствует реальным пластовым водонапорным системам, но и приводит к неверным выводам (если не подчеркнуть их ограниченность, а этого, как раз, и не делает Маскет). Если в § 4 могло казаться, что практические выводы Маскета только количественно неточны, то теперь, для случая радиального движения, мы убедимся в их принципиальной ошибочности. Воспроизведем рассуждение Маскета: в формуле (58) положим $r'_0 = R_0$, $r' = R_1$, $\mu_0 = \infty$; тогда, пренебрегая второй степенью величины R_1 (ибо радиус скважины мал по сравнению с радиусом контура области питания), будем иметь

$$\beta = \frac{T_{вн}}{T_n} = 1 - \frac{1}{2 \ln \frac{R_0}{R_1}}. \quad (60)$$

Получив эту же формулу из своей ограниченной формулы, Маскет задается таким соотношением:

$$R_0 = 2 \cdot 10^3 R_1.$$

Тогда из формулы (60) находим:

$$\beta = \frac{T_{вн}}{T_n} = 0,934. \quad (60a)$$

Заметим, кстати, что для $R_0=10^4 R_1$ или $R_0=10^5 R_1$ мы бы нашли $\beta=0,946$ или $\beta=0,957$.

Маскет, сопоставляя формулы (37) и (60а), совершенно правильно объясняет сравнительно малое различие между величинами $T_{вн}$ и T_n тем, что при радиальном движении эффект различия в вязкостях воды и нефти может заметно сказаться лишь тогда, когда контур нефтеносности подходит близко к скважине, т. е. входит в зону относительно больших скоростей. Затем Маскет делает другой вывод из формулы (60а): если в предельном случае при $\mu_0=\infty$ величины $T_{вн}$ и T_n отличаются друг от друга столь мало, то при реальных значениях относительной вязкости эти величины будут так мало отличаться друг от друга, что при радиальном движении можно вообще пренебрегать различием в вязкостях воды и нефти. Этот вывод Маскета принципиально неверен. Ошибка вкралась здесь потому, что свой вывод Маскет сделал на основании формул (60) и (60а), которые справедливы лишь для частного случая $r_0=R_0$. Мы сейчас увидим, что в более общих случаях, ближе отвечающих реальным условиям, пренебрегать различием в вязкостях воды и нефти нельзя даже и при радиальном движении. Используем для этого формулу (58) и рассмотрим несколько таких примеров:

Пример 1. Пусть $\mu_0=5$, $R_0=10$ км, $r'_0=100$ м, $r'=R_1=10$ см. Тогда найдем: $\beta=0,65$.

Пример 2. Условия те же, но $r'_0=1$ км; тогда $\beta=0,81$.

Пример 3. Рассмотрим такой же случай: радиус кругового контура области питания $R_0=10$ км. Радиус первоначального кругового контура нефтеносности $r'_0=500$ м. Предположим, что вдоль окружности, концентричной обоим упомянутым контурам и имеющей радиус 100 м, расположена группа скважин. Дальше будет показано, что даже и при не очень значительном числе таких скважин с большой степенью точности эту группу скважин можно уподобить кольцевой дренажной галерее, радиус которой равен радиусу той окружности, вдоль которой расположены скважины. Приток жидкости к такой галерее будет строго радиальным, так что для этого случая можно использовать все формулы предыдущего параграфа, если только под R_1 подразумевать не радиус скважины, а радиус кольцевой галереи. Вода будет вытеснять нефть в галерею. Итак, в формуле (58) положим $R_0=10$ км, $r'_0=500$ м, $r'=R_1=100$ м, $\mu_0=5$; получим $\beta=0,40$.

Пример 4. Пусть $R_0=50$ км, $r'_0=1$ км, $h=R_1=400$ м, $\mu_0=10$; получим $\beta=0,21$, т. е. $T_n=5 T_{вн}$.

Из этих примеров мы ясно видим, что разность в вязкостях воды и нефти сильно сказывается и на времени вытеснения всей нефти в скважину и, в большей степени на времени вытеснения всей нефти в кольцевую дренажную галерею (или в кольцевую батарею скважин). Последний пример показывает, что время T_n в пять раз больше времени $T_{вн}$. Следовательно, в условиях радиального движения, при подсчетах времени, пренебрегать различием в вязкостях воды и нефти, как это предлагал Маскет, недопустимо.

Столь же сильно эффект различия вязкостей воды и нефти скажется и при анализе образования языков обводнения — об этом речь будет идти в следующем параграфе.

Итак, анализируя формулу (58) и числовые примеры 1—4, мы приходим к такому выводу (см. аналогичный вывод в § 4): процесс вытеснения из пласта нефти краевой водой протекает тем более быстро, по сравнению с процессом вытеснения нефти нефтью же, чем больше относительная вязкость, чем меньше размеры первоначального контура нефтеносности, по сравнению с размерами пластовой водонапорной системы, и чем меньше отличаются друг от друга радиусы r_0^1 и R_1 (последнее замечание имеет особое значение для кольцевой батареи скважин); чем ближе контур нефтеносности подходит к скважине (или к батарее скважин), тем сильнее оказывается влияние разности вязкостей нефти и воды.

Табл. 2 и 3 подтверждают эти выводы. Табл. 2 составлена на основании формулы (58), в которой положено $r' = R_1$; в этой таблице приведены значения отношения времени $T_{вн}$ к T_n , т. е. отношения полных времен вытеснения в скважину всей нефти, заключенной внутри кругового контура радиуса r'_0 , для различных значений относительной вязкости μ_0 , радиуса R_0 и т. д. — см. также рис. 6.

Таблица 2

μ_0	r'_0	R_0 , км	$\beta = \frac{T_{вн}}{T_n}$	μ_0	r'_0	R_0 , км	$\beta = \frac{T_{вн}}{T_n}$
$r' = 10$ см, $R_1 = 10$ см				∞	1 км	10	0,76
				5	1 км	50	0,73
5	100 м	10	0,65	∞	1 км	50	0,66
∞	100 м	10	0,56	5	100 м	50	0,57
5	1 км	10	0,81	∞	100 м	50	0,49

Табл. 3 составлена на основании формулы (58); в этой таблице приведены значения величины β как для случая $r' \neq R_1$, так и для случая $r' = R_1$.

Таблица 3

μ_0	r'	$\beta = \frac{t_{вн}}{t_n}$	μ_0	r'	$\beta = \frac{t_{вн}}{t_n}$
$r'_0 = 1$ км, $R_1 = 10$ см, $R_0 = 10$ км			10	500 м	0,799
			10	200 м	0,786
5	500 м	0,821	10	100 м	0,783
5	400 м	0,817	10	10 см	0,781
5	300 м	0,814	∞	500 м	0,777
5	200 м	0,810	∞	200 м	0,762
5	100 м	0,807	∞	100 м	0,759
5	10 см	0,805	∞	10 см	0,757

§ 8. ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ПЛОСКО-РАДИАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ, СВЯЗАННЫЙ С НЕКОТОРЫМИ ОСОБЕННОСТЯМИ ОБВОДНЕНИЯ СКВАЖИН

В § 6 и 7 мы рассматривали задачи строго радиального движения к скважине нефти, выталкиваемой из пласта напором краевой воды. Сохраним эту же постановку задачи, но только предположим, что в начальный момент контур нефтеносности эксцентричен по отношению к скважине (а следовательно, и по отношению к контуру области питания, который мы считаем concentричным скважине). Эксцентричность контура нефтеносности нарушает радиальность притока и усложняет решение задачи. Маскет справедливо говорил о «неприступных аналитических трудностях» точного решения задачи, а потому мы наметили приближенный метод решения отдельных вопросов этой задачи. Итак, предположим, что контур нефтеносности A_n эксцентричен скважине A_c , а контур области питания A_0 concentричен скважине (рис. 7). Вдоль контуров A_0 и A_c давления $p_0 = \text{const}$ и $p_1 = \text{const}$; все остальные обозначения § 6 и 7 сохраняются. Кратчайшее расстояние от скважины до контура нефтеносности есть CD , а наибольшее — AB . Ясно, что вода прорвется к скважине по линии CD скорее, чем по AB .

Чтобы найти отношение времени T_D движения от D к C к времени T_A движения от A к B , сделаем приближенное допущение: предположим, что вдоль DC и AB жидкость движется к скважине, следуя законам радиального движения. В силу полной симметрии движения по отношению к диаметру AD , мы можем быть уверены, что точки A и D имеют прямолинейные траектории — частицы жидкости движутся по радиусам к скважине, расположенной в центре пласта. Траектории других частиц жидкости, не расположенных на диаметре AD , будут криволинейными, а потому мы не можем говорить о радиальном притоке к скважине всей жидкости в целом.

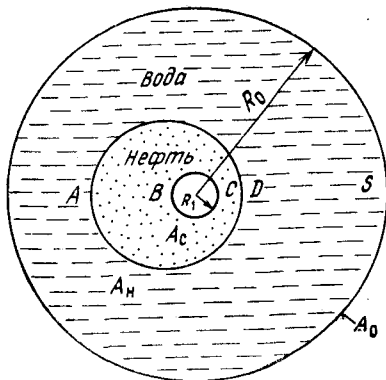


РИС. 7

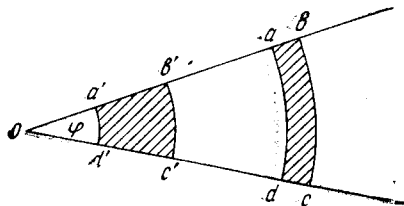


РИС. 8

Однако, выделяя два достаточно узких элемента потока с центральными осями вдоль AB и DC , мы можем принять упомянутое выше приближенное допущение¹.

Считая движение вдоль DC и AB радиальным, мы можем воспользоваться для подсчета времени формулой (55): подставив в формулу (55) сумму (R_1+CD) вместо r_0' , найдем T_D , а подставляя вместо r_0' сумму (R_1+BA) , найдем T_A . В табл. 4 приведены результаты подсчетов интересующего нас отношения времени T_A к T_D для разных значений относительной вязкости μ_0 и для различных расстояний AB и DC при $R_0=10$ км, $R_1=10$ см.

Таблица 4

μ_0	DC , м	AB , м	$\frac{AB}{DC}$	$\frac{T_A}{T_D}$
∞	100	200	2	4,4
5	100	200	2	4,3
1	100	200	2	4
∞	50	100	2	4,5
1	50	100	2	4
∞	100	500	5	31,3
5	100	500	5	29,3
1	100	500	5	25
∞	50	250	5	32,4
5	50	250	5	31,6
1	50	250	5	25

Из табл. 4 видно, что, например, если бы вода и нефть имели одинаковую вязкость ($\mu_0=1$), а частица D находилась бы в начале движения в 5 раз ближе к скважине, чем частица A , то частица D опередила бы по времени частицу A в 25 раз. При радиальном движении время движения частицы жидкости к скважине изменяется пропорционально квадрату расстояния ее до скважины — более точную зависимость см. в формуле (57). Если же $\mu_0=5$, $DC=50$ м, $AB=250$ м, то частица D опережает по времени частицу A уже не в 25 раз, а почти в 32 раза.

Следовательно, с увеличением различия в вязкостях воды и нефти неравенство времен движения частиц вдоль линий AB и DC усиливается. Отсюда же выясняется и другое обстоятельство: если бы на отрезке BA мы взяли точку M таким образом, что $CD=BM$, то точка D пришла бы к скважине скорее, чем M . Так же точно, если бы на продолжении отрезка CD мы взяли такую точку R , что $RC=AB$, то точка R дошла бы до скважины скорее, чем A .

Интересно выяснить такой вопрос: какая частица жидкости S , лежащая на продолжении отрезка CD (см. рис. 7) придет к скважине одновременно с A ? При $\mu_0>1$ заранее можно ожидать, что $CS>BA$.

¹ Аналогичное допущение было принято и в приближенном методе проф. Л. С. Лейбензона [2].

Для ответа на поставленный вопрос будем рассуждать так.

1. После того, как пройдет определенный промежуток времени T_D частица нефти D достигнет точки C у стенки скважины; с этого момента скважина обводнится и вдоль линии CD в скважину A_c будет уже поступать только вода.

2. После того, как пройдет промежуток времени T_A частица нефти A достигнет точки B у стенки скважины и с этого момента наступит полное обводнение скважины — вся нефть, заключавшаяся ранее внутри первоначального кругового контура нефтеносности A_n , будет вытолкнута в скважину напором краевой воды.

3. Определив T_A и T_D , как это было указано ранее при составлении табл. 4 по формуле (55), мы можем найти разность ΔT времен T_A и T_D .

4. Зная промежуток времени $\Delta T = T_A - T_D$, мы можем определить: на каком расстоянии x от скважины будет находиться в момент времени T_D та частица воды S , которая, двигаясь вдоль линии DC , к моменту T_A , т. е. через промежуток времени ΔT , подойдет к стенке скважины (в точке C) одновременно с последней частицей нефти A . Для этого достаточно в формулу (57) вместо μ_n подставить μ_b и вместо T значение ΔT ; тогда, определяя из формулы (57) величину r_0' , мы тем самым и найдем радиус-вектор той частицы воды S , которая достигает скважины за промежуток времени ΔT .

Найдя r_0' для точки S , будем знать и x , ибо $x = r_0' - R_1$.

5. Итак, нам теперь известно расстояние x между двумя частицами жидкости D и S в тот момент, когда одна из них (именно D) находится у стенки скважины в точке C . Спрашивается: каково было расстояние x_0 между теми же частицами D и S в тот момент, когда D было на первоначальном контуре нефтеносности A_n ? Чтобы ответить на этот вопрос, рассмотрим схему радиального притока жидкости к скважине, представленную на рис. 8. Выделенный объем несжимаемой жидкости $abcd$ через некоторый промежуток времени примет форму $a'b'c'd'$, причем площади сечений $abcd$ и $a'b'c'd'$ должны быть равны, т. е. $\varphi/2(ob^2 - oa^2) = \varphi/2(ob'^2 - oa'^2)$.

Примем, что $a'd'$ представляет собой часть стенки скважины, радиус которой oa' мал по сравнению с другими расстояниями; тогда, полагая в последней формуле $oa'^2 \cong 0$, $ob \cong a'b$, $oa \cong a'a$, $ob' \cong a'b'$, получим: $a'b^2 = a'a^2 + a'b'^2$.

Переходя от обозначений рис. 8 к тем обозначениям, которые были выведены в предыдущих пунктах применительно к рис. 7, мы найдем $CS^2 = CD^2 + x^2$ ¹, где CS и CD суть расстояния от стенки скважины до частиц S и D в первоначальный момент времени, т. е. в момент, когда частица D находилась на контуре нефтеносности; x — расстояние между частицами S и D в тот мо-

¹ Это соотношение можно вывести и из формулы (56).

мент, когда частица D достигла скважины. Определив CS , легко найдем x_0 :

$$x_0 = DS = CS - CD.$$

Итак, ответ на поставленный вопрос найден; мы указали: как можно определить положение той частицы воды S , которая достигнет скважины A_c одновременно с последней частицей нефти A (см. рис. 7).

Приведем табл. 5, рассчитанную согласно только что изложенному методу, причем при всех подсчетах принято $R_0 = 10$ км, $R_1 = 10$ см; в первых трех колонках приведены те величины, которыми мы задаемся, в остальных — результаты подсчетов.

Таблица 5

μ_0	CD , м	AB , м	x , м	CS , м	DS , м	$\frac{CS}{AB}$
5	100	200	326	341	241	1,70
5	100	500	956	061	861	1,92
5	50	500	970	975	925	1,95
10	100	500	1326	1330	1230	2,66

Заметим, что если бы вязкость $\mu_0 = 1$, то частица S должна была бы находиться от точки C на таком же расстоянии, на каком A находится от B , т. е. имели бы $CS = AB$. Из таблицы мы видим, как сильно CS отличается от AB .

Подводя итог всему сказанному в § 7 и в данном параграфе, мы можем отметить следующее: во всех подсчетах, связанных с определением времени от начала эксплуатации до момента обводнения скважины, при определении суммарной добычи жидкости (воды и нефти вместе), которую следует получить, чтобы добыть всю нефть из пласта (или определенную часть нефти), добычи чистой нефти, которую успеем получить до начала обводнения скважины и т. п. — при всех таких подсчетах пренебрегать разностью в вязкостях краевой воды и нефти недопустимо (см. также аналогичные выводы § 4 и 5). Этот результат, подтвержденный формулами и таблицами последних параграфов, представляет для практики существенный интерес.

В § 5 мы цитировали работу В. П. Яковлева, посвященную проблеме расстановки скважин и указывали, что он в своих подсчетах пренебрегает разностью в вязкостях воды и нефти. Теперь, на основании табл. 5, легко можно себе представить: к каким ошибкам могут привести подобные подсчеты. Для подсчета того количества жидкости (воды и нефти), которое необходимо отобрать из пласта, чтобы получить одной скважиной всю нефть, В. П. Яковлев предлагает: из центра скважины провести окружность такого радиуса, чтобы она касалась наиболее удаленной точки контура нефтеносности (чтобы весь контур нефтеносности

лежал бы внутри окружности). В. П. Яковлев считает, что из пласта будет добыто как раз столько жидкости, сколько ее заключено внутри подобной окружности. Это далеко не так. В самом деле, если следовать В. П. Яковлеву, то пришлось бы утверждать, что к тому моменту, когда к скважине подойдет последняя частица нефти A , скважина отберет из пласта только ту жидкость, которая находится внутри окружности радиуса OA с центром в точке O — в центре пласта (см. рис. 7). На самом же деле, как показывает табл. 5, в скважину войдут и такие частицы воды, которые находятся далеко вне пределов окружности радиуса OA . Согласно табл. 5, расстояние $OS \cong CS$ почти вдвое, и больше чем вдвое, превосходит расстояние OA .

Следовательно, подсчеты В. П. Яковлева недопустимо сильно преуменьшают то количество воды, которое будет отобрано вместе с нефтью к моменту полного обводнения скважин (см. также § 4). К сожалению, автор этого именно факта не оговаривает и на базе подобных подсчетов строит свои выводы о способах расстановки и режиме эксплуатации скважин.

Примечание I. Мы использовали в этом параграфе приближенный метод подсчета. Естественно задать вопрос: в какую сторону искажает наше приближенное допущение истинные результаты? Сама сущность нашего приближения такова, что она может только несколько сглаживать эффект различия в вязкостях воды и нефти.

Таким образом, например, в табл. 4 и 5 мы могли бы ожидать, что более точный метод подсчета только усилил бы результат: немного увеличилась бы разница между величинами T_A и T_p , между AB и CS и т. д.

Примечание II. В таблицах и формулах данной главы часто фигурирует значение относительной вязкости $\mu_0 = \infty$. Мы приводили расчеты для подобного значения относительной вязкости с той только целью, чтобы указать крайний предел, к которому могут стремиться соответствующие величины, зависящие от относительной вязкости.

ГЛАВА II

ЗАМЕЧАНИЯ О НЕКОТОРЫХ СЛУЧАЯХ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В НЕОДНОРОДНЫХ ПЛАСТАХ

§ 9. ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Решив в предыдущей главе задачу о движении в пласте нефти, проталкиваемой напором краевых вод, мы заметили, что математическая разработка этой задачи может быть лишь с небольшими изменениями применена к исследованию некоторых вопросов движения жидкости в неоднородных пластах. Поэтому, хотя подобного рода вопросы и не стояли в плане нашей работы над основной темой, мы все же решили затронуть здесь и их; к тому же, анализ вопросов движения жидкости в неоднородных пластах безусловно интересен для многих практических целей.

Предположим, что в основной задаче § 2 предыдущей главы внесены следующие изменения: будем теперь под контуром A_n

(см. рис. 1) подразумевать не контур нефтеносности, а контур раздела, отделяющий друг от друга две части пласта с различной проницаемостью. Предположим, что внутри контура A_n , т. е. в окрестности скважины, проницаемость по всей мощности пласта равна k_1 , а в области пласта между контурами A_n и A_0 проницаемость, также по всей мощности пласта, равна k_2 .

Предположим теперь, что через пласт к скважине все время движется жидкость с одной и той же динамической вязкостью μ . Иными словами, мы теперь хотим временно пренебречь разностью в вязкостях нефти и краевой воды и все внимание сосредоточить на различии в проницаемостях пласта. Понятно, что при подобной постановке задачи мы уже не будем касаться таких вопросов, как обводнение скважины и т. п., для правильного решения которых пренебрегать разностью в вязкостях воды и нефти нельзя.

Существенным отличием задачи данной главы, по сравнению с задачей предыдущей главы, будет неподвижность раздельного контура A_n .

Следовательно, при условии постоянства давлений p_0 и p_1 на контурах A_0 и A_1 , мы вправе ожидать, что дебит скважины будет постоянен; давление и скорость в любой точке пласта так же не будет изменяться со временем.

Остальные условия относительно пласта, скважины и закона фильтрации (горизонтальность пласта, справедливость закона фильтрации Дарси и т. д.) сохраняем те же, какие были оговорены в § 2 предыдущей главы. Движение жидкости по пласту и здесь остается плоско-параллельным.

§ 10. ПРЯМОЛИНЕЙНО-ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Рассмотрим движение жидкости по пласту такого типа, который был изображен на рис. 2 § 3 главы I. Сохраним те же обозначения и воспользуемся тем же рис. 2; только теперь нужно помнить следующее: область пласта I между неподвижными границами A_n и A_c имеет проницаемость k_1 , а область II между контурами A_0 и A_n имеет проницаемость k_2 . Так как различием в вязкостях воды и нефти мы пренебрегаем, то можем при гидродинамическом решении задачи считать, что весь пласт заполнен однородной жидкостью с вязкостью μ . Под p_n и p_v надо теперь подразумевать не давления в областях, занятых нефтью и водой, а давления в областях I и II; p' — постоянное давление на раздельном контуре A_n . Формулы (12)–(16) главы I остаются без изменения, но формула (17) или (22) примет уже такой вид:

$$-v = \frac{k_1}{\mu} \frac{\partial p_n}{\partial x} = \frac{k_2}{\mu} \frac{\partial p_v}{\partial x} \quad (61)$$

или

$$\frac{1}{k_2} \frac{\partial p_n}{\partial x} = \frac{1}{k_1} \frac{\partial p_v}{\partial x} \quad (61 \text{ а})$$

Сравнивая между собой формулы (17) и (61a), мы убеждаемся в том, что теперь вместо μ_n подставлена величина k_2 , а вместо $\mu_b - k_1$. Пользуясь этим замечанием и пропуская, ради краткости, последовательный вывод, мы можем остальные формулы § 3 главы I переписать, применительно к нашей задаче, так:

$$p' = \frac{p_0 k_2 (L - x') + p_1 k_1 x'}{k_2 (L - x') + k_1 x'} \quad (62)$$

Следует теперь иметь в виду, что

$$p_b = p_0 - \frac{k_1 (p_0 - p_1)}{k_2 (L - x') + k_1 x'} x, \quad (63)$$

$$p_n = p_1 + \frac{k_2 (p_0 - p_1)}{k_2 (L - x') + k_1 x'} (L - x), \quad (64)$$

где x — координата любой точки пласта во II или I области.

Если $k_1 < k_2$, то

$$|\text{grad } p_b| < |\text{grad } p_n|, \quad (65)$$

т. е. если проницаемость в I области меньше, чем во II, то градиенты давлений в первой области оказываются большими, чем во второй: этого следовало ожидать — для преодоления большего сопротивления в области с малой проницаемостью требуется больший перепад давления на единицу длины пласта.

Из формулы (61) и любой из формул (63) или (64) найдем:

$$v = \frac{k_1 k_2 (p_0 - p_1)}{\mu [k_2 (L - x') + k_1 x']} \quad (66)$$

Дебит получим, умножив скорость на площадь поперечного сечения пласта (см. формулу 29).

Для случая, когда в пласте имеется только одна жидкость, например, для случая водоносного артезианского пласта, мы вправе поставить вопрос и о том промежутке времени T , который потребуется, чтобы частица жидкости прошла путь L от одного края пласта A_0 до другого края A_c (если бы в пласте была и нефть и вода, то пренебрежение разностью в их вязкостях было бы особенно ощутительным при ответе на этот вопрос).

$$T = \frac{mL}{v} = \frac{mL \mu [k_2 (L - x') + k_1 x']}{k_1 k_2 (p_0 - p_1)} \quad (67)$$

§ 11. ПЛОСКО-РАДИАЛЬНЫЙ ПРИТОК К СКВАЖИНЕ С УЧЕТОМ ОПРЕДЕЛЕННОГО РАЗЛИЧИЯ В ПРОНИЦАЕМОСТИ ПЛАСТА

Сохраняя все обозначения § 6 и вкладывая в них только тот новый смысл, который был указан в двух предыдущих параграфах, мы рассмотрим здесь плоско-радиальный приток жидкости к скважине: Будем теперь, следовательно, считать, что отдельный контур A_n делит пласт на две области I и II, с проницаемостями k_1 и k_2 ; область I заключена между контурами A_c и A_n .

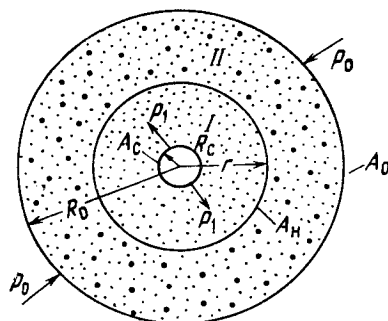


РИС. 9

область II — между контурами A_n и A_0 (см. рис. 6). Для ясности мы рис. 6 воспроизводим (применительно к нашей задаче) на рис. 9.

Формулы (39) — (46) переписутся без изменения с той только разницей, что теперь под $p_в$ надо подразумевать давление в любой точке области II, а под p_n — давление в области I; кроме того, радиус раздельного контура $r' = \text{const}$. Формула (47) изменится и примет такой вид:

$$\frac{k_1}{\mu} \frac{\partial p_n}{\partial r} = \frac{k_2}{\mu} \frac{\partial p_в}{\partial r}, \quad (68)$$

где μ — динамическая вязкость жидкости в пласте.

Формулы (48) — (50) примут теперь такой вид (аналогичное преобразование было проведено в предыдущем параграфе):

$$p_в = p_0 - \frac{k_1 (p_0 - p_1)}{k_2 \ln \frac{r'}{R_1} + k_1 \ln \frac{R_0}{r'}} \ln \frac{R_0}{r}, \quad (69)$$

$$p_n = p_1 + \frac{k_2 (p_0 - p_1)}{k_2 \ln \frac{r'}{R_1} + k_1 \ln \frac{R_0}{r'}} \ln \frac{r}{R_1}, \quad (70)$$

$$p' = \frac{p_0 k_2 \ln \frac{r'}{R_1} + p_1 k_1 \ln \frac{R_0}{r'}}{k_2 \ln \frac{r'}{R_1} + k_1 \ln \frac{R_0}{r'}}. \quad (71)$$

Здесь r — радиус-вектор любой точки пласта.

Замечая, что скорость v в области I будет, согласно закону Дарси, равна

$$\bar{v} = - \frac{k_1}{\mu} \text{grad } p_n, \quad (72)$$

а модуль скорости

$$v = \frac{k_1}{\mu} \frac{\partial p_{\pi}}{\partial r}, \quad (72a)$$

получим:

$$v = \frac{k_1 k_2 (p_0 - p_1)}{\mu \left[k_2 \ln \frac{r'}{R_1} + k_1 \ln \frac{R_0}{r'} \right]} \frac{1}{r}. \quad (73)$$

Дебит q скважины на единицу мощности пласта найдем, учтя, что $q = 2\pi r v$.

Следовательно,

$$q = \frac{2\pi k_1 k_2 (p_0 - p_1)}{\mu \left[k_2 \ln \frac{r'}{R_1} + k_1 \ln \frac{R_0}{r'} \right]}. \quad (74)$$

Представляется интересным сравнить дебит q скважины в пласте с неоднородной проницаемостью с дебитом q_2 скважины в пласте с однородной проницаемостью k_2 на всем протяжении пласта от скважины A_c до контура области питания A_0 . Положив $k_1 = k_2$ в формуле (74), найдем:

$$q_2 = \frac{2\pi k_2 (p_0 - p_1)}{\mu \ln \frac{R_0}{R_1}}. \quad (75)$$

Формула (75), являющаяся частным случаем формулы (74), представляет собой классическую формулу Дюпюи.

Аналогично, полагая $k_2 = k_1$, из (74) получим дебит q_1 скважины в пласте с однородной проницаемостью k_1 на всем протяжении:

$$q_1 = \frac{2\pi k_1 (p_0 - p_1)}{\mu \ln \frac{R_0}{R_1}}. \quad (76)$$

Отметим также соотношения, вытекающие из формул (74) — (76):

$$\frac{q}{q_2} = \frac{\ln \frac{R_0}{R_1}}{\ln \frac{R_0}{r'} + \frac{k_2}{k_1} \ln \frac{r'}{R_1}}, \quad (77)$$

$$\frac{q}{q_1} = \frac{k_2}{k_1} \frac{q}{q_2}. \quad (78)$$

Пользуясь тем, что при переходе к формуле (77) мы будем иметь дело только с отношениями натуральных логарифмов, можно в формуле (77) заменить отношение натуральных логарифмов отношением десятичных логарифмов.

В данном параграфе рассмотрен весьма частный случай нарушения однородности проницаемости пласта; тем не менее по-

лученные здесь формулы позволяют сделать ряд очень интересных выводов. Прежде чем к ним перейти, составим табл. 6 с помощью формул (77) и (78):

Таблица 6

$r', \text{ м}$	q/q_1	q/q_2	$r', \text{ м}$	q/q_1	q/q_2
$R_0=10 \text{ км}, R_1=10 \text{ см}$					
$k_1/k_2=1/10,$			$k_1/k_2=2$		
1	3,57	0,36	1	0,56	1,11
5	2,46	0,25	5	0,60	1,21
20	1,95	0,19	20	0,65	1,30
100	1,56	0,16	100	0,71	1,43
1000	1,22	0,12	1000	0,83	1,67
5000	1,06	0,11	5000	0,94	1,89
$k_1/k_2=1/2$			$k_1/k_2=10$		
1	1,67	0,83	1	0,12	1,22
5	1,49	0,75	5	0,14	1,44
20	1,37	0,69	20	0,17	1,70
100	1,25	0,63	100	0,22	2,17
1000	1,11	0,56	1000	0,36	3,57
5000	1,03	0,52	5000	0,65	6,49
$R_0=50 \text{ км}, R_1=10 \text{ см}$					
$k_1/k_2=1/10,$			$k_1/k_2=2$		
1	3,88	0,39	1	0,55	1,10
5	2,72	0,27	5	0,59	1,19
20	2,16	0,22	20	0,63	1,25
100	1,74	0,17	100	0,68	1,36
1000	1,37	0,14	1000	0,77	1,54
5000	1,19	0,12	5000	0,85	1,70
$k_1/k_2=1/2$			$k_1/k_2=10$		
1	1,70	0,85	1	0,12	1,19
5	1,54	0,77	5	0,14	1,37
20	1,43	0,71	20	0,16	1,57
100	1,31	0,66	100	0,19	1,90
1000	1,18	0,59	1000	0,27	2,72
5000	1,10	0,55	5000	0,39	3,88

1. Сопоставляя табличные данные для случаев $R_0=10 \text{ км}, R_0=50 \text{ км}$, мы видим, что, несмотря на большое различие в этих величинах, соответствующие им данные отличаются сравнительно незначительно. Следовательно, размеры пластовой водонапорной системы (радиус контура области питания) не будут существенно влиять на те выводы, которые мы хотим сделать на основании табл. 6 и формул данного параграфа. Поэтому, в последующих выводах данного параграфа мы уже не будем обращать внимания на различия в величинах R_0 и ограничимся примерами только для такого случая: $R_0=10 \text{ км}, R_1=10 \text{ см}$.

II. Предположим, что продуктивный пласт имел на всем протяжении однородную проницаемость k_2 (берем, как было сказано, только случай $R_0=10$ км); скважина расположена в центре пласта и имеет дебит q_2 . Предположим далее, что в небольшой области пласта, заключенной внутри окружности радиуса 20 м и имеющей центр в скважине, проницаемость снизилась в два раза и стала равна $k_1=1/2 k_2$ (см. рис. 9). Тогда новый дебит q скважины, как видим из табл. 6, составит 69% от прежнего дебита q_2 . Если бы то же самое снижение проницаемости ограничилось зоной радиуса $r'=1$ м, то дебит q составил бы 83% от дебита q_2 . Если бы предположить еще более резкое снижение проницаемости — такое, что $k_1=1/10 k_2$, то даже при $r'=1$ м получим дебит q , равный 36% от дебита q_2 . Ухудшение проницаемости в окрестности скважины, связанное с частичной или полной закупоркой некоторых проводящих жидкость поровых каналов, может происходить благодаря явлению коагматажа или выпадению из нефти парафина внутри пор, или благодаря засорению пор глинистым раствором, проникшим в пласт через стенки скважины еще перед сдачей ее в эксплуатацию и т. д. Конечно, при всех такого рода явлениях нет резкого скачка в изменении проницаемости, нельзя указать точную границу изменения проницаемости, но это не может существенно изменить того вывода, который мы можем сделать на основании разобранных примеров: ухудшение проницаемости вблизи скважины очень резко влияет на дебит скважины в сторону его уменьшения.

III. Рассмотрим теперь явление, обратное тому, которое было рассмотрено в п. II. Пусть проницаемость k_1 вблизи скважины улучшилась вдвое, т. е. $k_1=2 k_2$, причем $r'=1$ м; тогда новый дебит скважины q будет составлять 111% от того дебита q_2 , который имела скважина при проницаемости k_2 во всем пласте (сравнить это со значением 83% для соответствующего случая ухудшения проницаемости). Если бы то же улучшение проницаемости вдвое распространилось на область, ограниченную радиусом $r'=20$ м, то дебит q составил бы 130% от дебита q_2 . Если бы проницаемость улучшилась в 10 раз для случая $r'=1$ м, то дебит q составил бы 122% от дебита q_2 (сравнить это со значением 36% для соответствующего ухудшения проницаемости). Итак, мы видим, что улучшение проницаемости вблизи скважины, по сравнению с проницаемостью остального пласта, приводит к росту дебита скважины. Но он возрастает не столь интенсивно, как убывает дебит при обратном явлении — ухудшении проницаемости. Различие в темпах роста и уменьшения дебита q по сравнению с q_2 было особенно заметно при сравнении случаев $k_1=10 k_2$ и $k_2=10 k_1$.

Выводы данного и предыдущего пунктов станут особенно понятными, если мы заметим, что улучшение проницаемости вблизи скважины имеет некоторую аналогию с увеличением диаметра скважины: при увеличении диаметра скважины дебит ее уве-

личивается, но известно, что это увеличение, относительно, не слишком велико. Наоборот, когда проницаемость вблизи скважины ухудшается — это можно уподобить созданию дополнительного сопротивления и при том как раз в той области, где градиенты давления особенно велики.

В данном пункте мы подвергли анализу случай увеличения проницаемости вблизи скважины; заметим, что в действительных условиях увеличение проницаемости вблизи скважины может иметь место, например, в результате явления суффозии (выноса мелких фракций из пор пласта) и т. д.

IV. Обратим внимание еще на такое обстоятельство: предположим, что мы взяли из какой-либо скважины образец породы изучаемого пласта. Пусть проницаемость данного образца оказалась k_1 . Предположим, что по формуле (76) Дюпюи мы сделали подсчет возможного дебита q_1 скважины, приняв проницаемость всего пласта равной k_1 . Если же на самом деле подобная проницаемость характерна только для области внутри контура нефтеносности, ограниченного, например, окружностью радиуса $r' = 1$ км, а всюду вне контура нефтеносности проницаемость k_2 будет лучшей — $k_2 = 2k_1$, то результаты нашего подсчета по формуле (76) окажутся неверными.

Табл. 6 показывает, что в этом случае истинный дебит q будет составлять 111% от подсчитанного нами дебита q_1 ; если бы $k_2 = 10k_1$, то дебит q составлял бы 122 % от дебита q_1 .

Итак, мы видим, что в разобранных случаях ошибка подсчета дебита на основании проницаемости взятого образца оказывается не столь уж большой. Наоборот, если бы оказалось, что при тех же условиях проницаемость k_2 вне контура нефтеносности (или, вообще, на большей части пласта вне окрестности скважины) была бы в два раза хуже, чем k_1 , т. е. $k_1 = 2k_2$, то при $r' = 1$ км мы бы получили, что истинный дебит q составляет 83 % от подсчитанного дебита q_1 ; при $r' = 1$ км, но $k_1 = 10k_2$ (это случай с утрированно резким изменением проницаемости) мы бы получили дебит q , равный только 36 % от дебита q_1 . Итак, наши прогнозы о дебите скважины на основании измерения проницаемости образца и последующего подсчета по формуле (76) окажутся более точными в том случае, если $k_2 > k_1$, чем когда $k_1 > k_2$.

Дальнейший анализ табл. 6 не представит для читателя никакого труда.

Весьма интересно было бы провести экспериментальную проверку полученных здесь выводов.

Примечание. Как было вскользь упомянуто во введении к этой главе, мы, имея в виду исследовать лишь некоторые вопросы расстановки скважин, сначала совсем не предполагали касаться проблемы неоднородной проницаемости пласта. Однако, занявшись разработкой вопроса движения через пласт двух жидкостей разных вязкостей, мы, совершенно естественно и легко, получили решения тех задач о движении жидкости в пласте с не-

однородной проницаемостью, которые были приведены в данной главе. После того, как данная глава была написана, нам справедливо указали на то, что выведенные в ней формулы имеются в главе VII книги Маскета [2]; мы раньше не обратили внимания на эту главу, посвященную неоднородной проницаемости пласта.

Отмечая здесь это обстоятельство, мы все же решаем сохранить и опубликовать данную нашу главу в ее первоначальном виде; мотивы нашего решения таковы.

Во-первых, весьма ценная книга Маскета пока еще не переведена на русский язык, достать ее трудно и она потому недоступна для широкого круга читателей.

Во-вторых, некоторые выводы, которые мы сделали в данной главе, на основании анализа формул и таблиц, у Маскета отсутствуют.

В-третьих, Маскет при табулировании своих формул предлагает равным 500 футам (152,5 м) радиус, отвечающий круговой внешней границе (т. е. тот радиус, который мы обозначали через R_0). Можно сделать много возражений против выбора подобного малого значения для радиуса внешней границы — см. [3]; поэтому мы считаем, что некоторые графики и таблицы Маскета, и часть выводов, сделанных на их основе, не вполне реальны.

ГЛАВА III

АНАЛИЗ ПРОСТЕЙШИХ СЛУЧАЕВ ПРИТОКА ЖИДКОСТИ К ОДНОЙ И ДВУМ СКВАЖИНАМ

§ 12. ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

В [3] были исследованы гидродинамические поля интерферирующих скважин для различного числа, различного расположения и различных режимов работы скважин. Исследование гидродинамических полей было проведено с той точки зрения, которая в гидродинамике носит название локальной точки зрения Эйлера. Иными словами, в результате подобного исследования определялись скорость и давление в любой точке пласта (в этом и состоит сущность локальной точки зрения Эйлера), строились изобары, линии тока и т. д. Такие результаты были вполне достаточны для выяснения законов интерференции скважин. Поставив теперь перед собой новую задачу — задачу о расстановке скважин в условиях пластов с водонапорным режимом — мы должны еще более углубиться в гидродинамическое изучение законов притока жидкости к скважинам.

Скважины, конечно, должны быть расставлены так, чтобы обеспечить равномерное стягивание контура нефтеносности, чтобы наименьшим числом скважин, и при том обеспечивая нужные темпы эксплуатации, можно было бы отобрать из пласта всю

нефть или совсем без воды или с возможно меньшим количеством пластовой краевой воды (как уже было указано в главе I, мы будем изучать только плоское движение жидкости к скважине, а потому не сможем учитывать наличия в пласте подошвенных вод; поэтому наши решения не являются окончательными, они требуют дальнейших обобщений для случая пространственной задачи, учитывающей явление Конинга и т. д.)¹. Следовательно, необходимо уметь проследивать стягивание контура нефтеносности при заданных его начальных положениях и размерах. Итак, мы приходим к необходимости дополнить наши прежние исследования по интерференции скважин, изложенные в [3]. Эти дополнения сведутся к некоторым гидродинамическим исследованиям, приближающим к субстациональной точке зрения Лагранжа. Мы должны поинтересоваться историей движения и последующей судьбой отдельных частиц жидкости (в этом суть субстациональной точки зрения Лагранжа), т. е. установить законы их движения вдоль траекторий.

Данная глава будет посвящена выводу основных формул и простейшим примерам исследования движения отдельных частиц жидкости только к одной и двум скважинам.

Мы будем изучать характер стягивания контура нефтеносности к скважинам, считая временно, что внутри и вне контура нефтеносности жидкости имеют одинаковые вязкости. В последующих главах, пользуясь результатами главы I, мы сможем перейти к более общему случаю и учесть фактор разности вязкости нефти и краевой воды.

При подсчетах времени движения частиц жидкости к скважине, при подсчетах времени стягивания контура нефтеносности и абсолютной величины дебита скважин (с учетом и без учета разности в вязкостях воды и нефти), нам нужно будет подставлять в формулы определенные числовые значения некоторых физико-геологических констант и параметров (пористости, проницаемости или коэффициента фильтрации, вязкости нефти и воды, пластового давления и т. д.). Поэтому, в данной главе мы посвятим отдельный параграф выяснению вопроса о выборе числовых значений констант и параметров. Таким образом, настоящая глава, вместе с главой I, служит фундаментом, на базе которого можно приступить к решению основных вопросов проблемы расстановки скважин.

§ 13. НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ О ВЫБОРЕ ФИЗИКО-ГЕОЛОГИЧЕСКИХ КОНСТАНТ

Выясним смысл и числовые значения тех физико-геологических констант и параметров, которые будут входить в наши формулы.

¹ Кроме того, как уже упоминалось, во всей данной работе (за исключением приложения) упрощенно предполагается, что нефть полностью вытесняется водой из той области, куда вода вторглась.

I. Вязкость нефти и воды.

Нам не удалось найти¹ точных указаний на числовые значения вязкости нефти в тех условиях, при каких она находится в пластах с водонапорным режимом, т. е. при высоких температурах, больших давлениях и с различным содержанием газа, растворенного в нефти. Конечно, нужны такие замеры вязкости нефти, когда все упомянутые условия выполнены одновременно; в литературе же, обычно, приводятся результаты замеров вязкости нефти при высоких температурах, но при малых давлениях и при том «выветрелой» нефти, или приводятся графики изменения вязкости нефти в зависимости от количества растворенного газа, но опять-таки без соблюдения остальных условий и т. д. Приходится только пожалеть о том, что до сих пор для нужд нефтепромышленного дела не производится таких полноценных замеров вязкости нефти, без которых немислимы сколько-нибудь точные гидродинамические расчеты. Поэтому мы вынуждены удовольствоваться выбором весьма ориентировочных числовых значений вязкости нефти в пластовых условиях; к сожалению, то же самое повторится при анализе числовых значений некоторых иных физико-геологических констант.

Нас может интересовать вязкость насыщенной нефти газом при температурах порядка 80°C и при давлении порядка 70—80 ат (7—8 МПа); такие условия, например, характерны для VIII—XVI пластов Ново-Грозненского района. Мы постарались учесть известные указания проф. Л. Юрена о влиянии температуры, давления и газированности нефти на ее вязкость, учесть известные в литературе графики изменения вязкости газированной нефти с изменением давления (графики Бичера, Паркхерста и др.), графики изменения вязкости «выветрелой» нефти с изменением температуры (полученные нами из ГрозНИИ) и т. д. Объединив все эти данные, мы считаем возможным принять для насыщенной нефти газом при температурах и давлениях порядка 80°C и 70—80 ат (7—8 МПа) что, в среднем, величина динамической вязкости нефти заключена в пределах от 1 до 4 сантипуаз (от 1 до 4 мПа·с). Значения эти, повторяем, ориентировочные, но мы можем принять их за порядок средней величины динамической вязкости нефти (мы ничего не говорим здесь о сортах нефти, беря «средние», в смысле вязкости, сорта).

Температура нефти в пределах контура нефтеносности одного пласта не остается постоянной: для XIII и XVI пластов Ново-Грозненского месторождения, по данным геолога Шайдерова, температура повышается с приближением скважины к контуру нефтеносности. Пластовые краевые воды в этих пластах перегреты и имеют у забоя температуры выше 100°C ; так, например, по XIII пласту в законтурной водяной скважине 1/28 была отмечена температура 114°C .

¹ Следует учесть, что работа проводилась в 1939—1940 г.

В дальнейшем нам нужно будет учитывать разность в вязкостях краевой воды и нефти; задачи будем решать лишь приближенно, считая, что нефть внутри всего контура нефтеносности имеет постоянную вязкость и вода вне контура нефтеносности имеет так же постоянную вязкость. Ошибки, которые вносятся подобными предположениями, сглаживаются тем, что отличие в вязкостях нефти и краевой воды оказывается особенно заметно тогда, когда краевая вода подступает к обводняющейся нефтяной скважине. Следовательно, в этой именно области особенно важно считаться с различием в вязкостях нефти и проталкивающей ее к скважине краевой воды. Примем, что динамическая вязкость воды при температуре $80-100^{\circ}\text{C}$, какую она может иметь, приближаясь к забою скважины, колеблется в пределах $0,36-0,28$ сантипуаза, ($0,36-0,28$ мПа·с) — см. справочник Хютте. Поэтому, в последующем, будем брать относительную вязкость μ_0 нефти (равную отношению вязкости нефти к вязкости воды) или равной 3 для вязкости нефти в 1 сантипуаз, (1 мПа·с), или, например, $\mu_0=10$ — для вязкости нефти в 4 сантипуаза, (4 мПа·с), учитывая все сказанное, эти цифры относительной вязкости должны считать несколько ориентировочными, но они нам будут нужны, дабы на каких-то примерах изучить эффект разности в вязкостях нефти и краевой воды — см. примечание в конце этого параграфа.

II. Проницаемость.

В гидрогеологической практике для характеристики водопроницаемости пласта пользуются коэффициентом фильтрации k_f , имеющим размерность скорости. С помощью коэффициента фильтрации формула Дарси записывается так:

$$\bar{v} = - \frac{k_f}{\gamma} \text{grad } p, \quad (79)$$

где v — скорость фильтрации в данной точке пласта; γ — вес единицы объема жидкости; p — давление, $\text{grad } p$ — вектор-градиент давления, характеризующий изменение давления на единицу длины в данной точке пласта.

Для прямолинейно-параллельного движения, например, модуль скорости фильтрации, на основании формулы (79), можно записать так:

$$v = \frac{k_f}{\gamma} \left| \frac{dp}{dx} \right|, \quad (79 \text{ а})$$

считая, что ось x направлена вдоль движения жидкости. В гидрогеологии приходится иметь дело только с водой, а потому гидрогеологи не испытывают особых неудобств от того, что коэффициент фильтрации зависит не только от проницаемости пласта, но и от вязкости жидкости, движущейся по пласту. В нефтепромысловой практике приходится рассматривать движение по пласту жидкостей различных вязкостей — различных сортов нефти, воды, газа, а потому вполне естественно вместо коэффициента

фильтрации использовать другую константу — ту, которая зависит только от фильтрационных свойств самого пласта. Такой константой является коэффициент проницаемости k (иногда этот коэффициент называют просто проницаемостью). Коэффициент проницаемости k и коэффициент фильтрации k_f связаны такой зависимостью:

$$\frac{k_f}{\gamma} = \frac{k}{\mu}, \quad (80)$$

где μ — динамическая вязкость.

Коэффициент проницаемости имеет размерность длины во второй степени и, по предложению ряда американских геологов, измеряется в дарси, причем:

$$1 \text{ Д} = 10^{-8} \text{ см}^2, \text{ т. е. } 1 \text{ Д} = 1 \text{ (микрону)}^2.$$

Заметим, что если для воды при $20,5^\circ \text{С}$ принять:

$$\gamma = 1 \text{ г/см}^3 = 981 \cdot 10^{-9} \text{ Н/см}^3,$$

$$\mu = 1 \text{ сП} = 1 \text{ мПа} \cdot \text{с} = 10^{-7} \text{ Н} \cdot \text{с/см}^2,$$

то для пласта с проницаемостью $k = n \text{ Д} = 10^{-8} n \text{ см}^2$ получим

$$k_f = 981 \cdot 10^{-6} n \text{ см/с}. \quad (81)$$

Так, например, для пласта с проницаемостью в 1 Д (т. е. при $n=1$), получим коэффициент фильтрации, равным (округляя число 981 до 1000):

$$k_f \cong 10^{-3} \text{ см/с}. \quad (81 \text{ а})$$

В дальнейшем мы будем пользоваться только коэффициентом проницаемости; при желании, с помощью формул (80) или (81), можно легко перейти от проницаемости к коэффициенту фильтрации¹.

Коэффициент проницаемости меняется не только при переходе от одного пласта к другому, но и сильно колеблется даже в пределах контура нефтеносности одного и того же пласта.

В США проведена большая систематическая работа по определению проницаемости различных нефтеносных пластов. В книге Маскета [2], например, приведена пространная таблица коэффициентов проницаемости, составленная Фэнфером, Льюисом и Бэрнсом, причем для различных пластов встречаются величины коэффициента проницаемости от 0,016 до 3300 мД, т. е. от $16 \cdot 10^{-6}$ до $3,3 \text{ мкм}^2$. Для пластов с явно выраженным водонапорным режимом проницаемость, судя по упомянутой таблице, колеблется в основном от 0,2 до 3 мкм^2 . Первой пробой замеров коэффици-

¹ Заметим, что в книге [3], на которую здесь часто будем ссылаться, мы пользовались коэффициентом фильтрации и обозначали его там буквой k . Учитывая пожелания нефтяников, мы здесь перешли от коэффициента фильтрации к коэффициенту проницаемости, сохранив для последнего установившееся обозначение k .

ентов проницаемости нефтеносных пластов у нас, в СССР, явились замеры инж. А. А. Болтышева, проведенные в ГрозНИИ в 1937 г. По его данным проницаемость по XIII и XVI пластам Ново-Грозненского района колеблется от 0,72 до 9,63 Д, т. е. от 0,72 до 9,63 мкм². Учитывая сказанное, мы при табулировании наших формул решили остановиться на двух значениях коэффициента проницаемости: 0,2 и 1 Д, т. е. 0,2 и 1 мкм². Первое значение характерно для водонапорных пластов с плохой проницаемостью¹, а второе значение — для пластов с выше средней проницаемостью. Величина проницаемости сильно влияет на суммарный дебит скважин, суммарную добычу, а потому и на систему расстановки скважин, особенно под углом зрения обеспечения нужных темпов эксплуатации. Отсутствие систематических замеров проницаемости для наших нефтеносных пластов является большим дефектом². Без точного знания хотя бы средней проницаемости пласта невозможно сколько-нибудь точно планировать расстановку скважин и добычу из них; см. также примечание в конце данного параграфа.

III. Пористость.

Средняя физическая пористость для XIII—XVI пластов Ново-Грозненского района колеблется в пределах от 22 до 26 %. Следует однако учесть, что движущаяся жидкость занимает не весь объем пор: часть пор, или часть объема некоторых пор, может быть изолирована цементирующим веществом, часть объема пор может быть занята неподвижной жидкостью (например, в виде неподвижной пленки) и т. д. Поэтому в гидродинамические подсчеты следует вводить не физическую пористость, а некоторую эффективную пористость. При табулировании наших формул мы обычно принимали эффективную пористость, равной 15 %, т. е. полагали $m=0,15$ (см. примечание в конце параграфа).

IV. Пластовое давление и перепад давления.

В тех формулах, которыми нам придется пользоваться в этой работе, фигурирует не само статическое пластовое давление p_0 , а перепад давления $(p_0 - p_1)$, где p_1 — противодействие за забой работающей скважины.

Учесть все возможные варианты величины перепада давления для различных пластовых условий, различных методов и этапов эксплуатации мы, естественно, при общем решении вопроса о расстановке скважин не можем. При табулировании наших формул мы чаще всего принимали перепад давления $(p_0 - p_1)$, равным 10 ат, т. е. 1 МПа (см. примечание в конце параграфа).

Если бы пласт во всей области нефтеносности был совершен-

¹ Речь идет, конечно, об относительно плохой проницаемости: существуют пласты, проницаемость которых гораздо меньше 0,2 Д. Так, например, средняя проницаемость пластов в Брэдфорде, не превышает 10 мД, т. е. 0,01 мкм². Таких пластов мы здесь рассматривать не будем, ибо система расстановки скважин на подобных пластах должна быть особой.

² Опять напоминаем, что это замечание было справедливо в конце 30-х годов.

но горизонтален, то статическое пластовое давление в любой точке пласта внутри контура нефтеносности было бы такое же, как и на контуре нефтеносности. В реальных условиях это, конечно, не так: нефтяные залежи приурочены обычно к складчатым структурам. Нефть занимает более возвышенные части складки, а вода подпирает нефть с крыльев; таким образом, беря различные точки пласта по его структуре, мы будем отмечать в них различные статические пластовые давления. Многие геологи, говоря о перепаде давления, принимают его равным разности статического пластового давления на контуре нефтеносности и противодействия на забое работающей скважины. В книге [3] было пояснено, каким способом анализ целого ряда гидродинамических явлений в наклонных пластах можно свести к анализу таких же явлений в горизонтальных пластах. Поэтому в дальнейшем самый пласт мы сможем часто принимать горизонтальным. Различие в структурах нефтеносных пластов скажется тогда у нас в том, что контуры нефтеносности будут иметь различные формы и будут иметься различные условия притока воды из области питания. Об этом будет сказано более подробно в каждой из последующих глав. Конечно, считая пласт горизонтальным, мы не сможем учесть такой, например, особенности наклонных пластов: краевая пластовая вода, поднимаясь по крыльям складки и проталкивая нефть к скважинам, производит тем самым замещение жидкости меньшего удельного веса жидкостью с большим удельным весом. Поэтому даже тогда, когда отбор нефти из пласта компенсируется притоком воды к области питания, давление в пласте все же может падать и водонапорный режим будет неустановившийся. Это явление, с которым необходимо считаться на практике, мы здесь рассматривать не будем. Анализ такого рода явлений может быть произведен наиболее полно лишь тогда, когда задача движения воды по пласту рассматривается как пространственная задача. В данной работе мы ограничились только плоской задачей пластовой гидромеханики.

V. Мощность пласта.

Ограничившись плоской задачей пластовой гидромеханики, мы в первой главе подчеркнули, что мощность (толщину) пласта в области расположения скважин считаем постоянной, при этом скважина пересекает всю эту мощность. Мощность пласта можно учитывать при подсчетах дебита скважин. В силу только что упомянутых условий, мы всюду в дальнейшем сможем относить дебит и суммарную добычу к единице мощности пласта. Подсчитав, например, дебит скважины q , отнесенный к единице мощности пласта, в кубических метрах в сутки, мы сможем полный дебит Q (измеряемый в тех же единицах) подсчитать по формуле:

$$Q = qb, \quad (82)$$

где b — мощность пласта, м. Впрочем, в некоторых случаях, мы будем измерять дебит q в $\text{м}^3/\text{сут}$, пользуясь отношением

$$q = Q/b.$$

(82 a)

VI. Размеры пластовой водонапорной системы.

Вопрос о размерах пластовой водонапорной системы, о влиянии этих размеров и формы контура области питания на дебит скважины был подвергнут подробному анализу в книге [3]. При табулировании формул в данной нашей работе мы будем брать такие варианты для расстояния от области расположения скважин до области питания: 10, 20 и 50 км. Сопоставляя эти варианты, мы вновь убедимся в том, что размеры пластовой водонапорной системы не сильно влияют на дебит скважин, величину интерференции и т. д. Эти размеры и форма области питания на практике точно никогда не бывают известны, но это, как только что было замечено, не имеет существенного значения.

Там, где подобное сопоставление оказалось бы повторением предыдущего, мы будем ограничиваться подсчетом только одного варианта.

VII. Радиус скважины.

При подсчете большинства таблиц мы принимали радиус скважины равным 10 см. Однако нужно заметить следующее: почти во все формулы, с которыми нам придется иметь дело, входит не просто радиус скважины, а отношение радиуса R_0 кругового контура области питания к радиусу скважины R_1 или отношение расстояния $2h$ между скважинами к радиусу скважины и т. д. Поэтому, хотя мы для наглядности и указывали в табл. 6 конкретные числовые значения R_1 , $2h$, R_0 , но подобные таблицы могут быть использованы и для других их числовых значений; важно только, чтобы отношение $2h$ и R_0 к R_1 оставалось бы такое, какое принято в табл. 6. Так, например, если $R_1 = 10$ см, $2h = 200$ м, а в формулу входит отношение величины $2h$ к R_1 , то та же самая таблица будет верна и для таких данных: $R_1 = 7,5$ см, $2h = 150$ м и т. п.

Радиус скважины почти во все формулы входит под знаком логарифма, так что изменения этой величины слабо отражаются на результатах подсчетов по таким формулам.

Примечание. Подводя итог всему сказанному, заметим следующее: радиус скважины и величины, характеризующие размеры пластовой водонапорной системы, мало влияют на результаты подсчетов по нашим формулам. Мощность пласта в наши формулы не входит, ибо дебит, добычу и т. д. мы условились отнести к единице мощности пласта. Имея перед собой наши таблицы и зная мощность пласта, можно легко по формулам типа (82) подсчитать дебит скважин и суммарную добычу со всей мощности пласта. Остальные физико-геологические константы и параметры — проницаемость, пористость, вязкость, перепад давления — входят в наши формулы линейно, в виде множителей (хотя в некоторые формулы вязкость нефти входит с помощью более сложных зависимостей). Мы подчеркнули, что большинство из этих факторов известны нам ориентировочно, или мы выбирали

несколько вариантов значений этих величин для примерных подсчетов. Поскольку упомянутые только что факторы входят множителями в наши формулы, постольку всякие изменения в их величинах сильно влияют на результаты подсчетов.

С другой стороны, желая использовать иное числовое значение любого из этих факторов, нет надобности делать весь расчет заново. Достаточно только обратить внимание на то: входит ли интересующий нас фактор в числитель или знаменатель соответствующей формулы и тогда простым умножением или делением табличного результата можно сделать нужный пересчет. Так, например, пусть нам нужно подсчитать дебит скважины при перепаде давления в 15 ат (1,5 МПа) и при коэффициенте проницаемости $k=2$ Д (2 мкм²).

Дебит всегда (в наших условиях) пропорционален проницаемости и перепаду давления ($p_0 - p_1$); найдя в табл. 6 значение дебита для перепада давления ($p_0 - p_1$) = 10 ат (1 МПа) и $k=1$ Д (1 мкм²), можно утверждать, что это значение дебита надо увеличить в три раза, чтобы получить дебит, отвечающий перепаду давлений в 15 ат (1,5 МПа) и $k=2$ Д (2 мкм²).

§ 14. МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕНИ ДВИЖЕНИЯ ВДОЛЬ ЛИНИИ ТОКА

В данной работе нам придется иметь дело или с установившимся (стационарным) движением жидкости к скважине, или с таким неустановившимся движением, что скорости частичек жидкости в каждой точке пласта будут со временем меняться только по величине, сохраняя свое направление неизменным. В обоих случаях траектории частичек жидкости будут одновременно слушаться и линиями тока.

Поставим перед собой такую задачу: подсчитать время движения какой-нибудь частицы жидкости вдоль линии тока (траектории) от одной точки к другой.

Для этого напомним, что установившееся потенциальное плоско-параллельное течение несжимаемой жидкости определяется заданием характеристической функции течения. Свойства характеристической функции мы здесь перечислять не будем — они излагаются в любом курсе гидродинамики, и мы их вывели, применительно к задачам пластовой гидромеханики, во введении к книге [3]. Покажем только, как можно определить время движения вдоль линии тока, если известна характеристическая функция.

Итак, пусть нам известна характеристическая функция $F(z)$, отвечающая притоку жидкости к одной или нескольким скважинам:

$$F(z) = \Phi + i\Psi, \quad (83)$$

где Φ и Ψ — действительная часть и коэффициент при i в мнимой части аналитической функции $F(z)$, причем Φ — потенциал

ная функция, а Ψ — функция тока; $z = x + iy$, т. е. плоскость комплексного переменного z есть плоскость течения жидкости. Уравнения

$$\left. \begin{aligned} \Phi(x, y) &= \text{const}, \\ \Psi(x, y) &= \text{const} \end{aligned} \right\} \quad (84)$$

представляют собой уравнения семейства эквипотенциальных линий (изобар) и линий тока.

Производная от характеристической функции по комплексному аргументу может быть представлена так — см. формулу (23) книги [3]:

$$\frac{dF}{dz} = v_x - i v_y. \quad (85)$$

Следовательно,

$$v = \left| \frac{dF}{dz} \right| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}, \quad (85a)$$

где v_x и v_y — проекции скорости фильтрации частицы жидкости на оси x и y прямоугольных декартовых координат.

Учитывая связь между истинной скоростью и скоростью фильтрации — см. формулу (9) главы I, — получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{m} v_x &= \frac{dx}{dt}, \\ \frac{1}{m} v_y &= \frac{dy}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (86)$$

где m — пористость пласта.

Тогда формула (85) переписывается так:

$$\frac{dF}{dz} = m \frac{dx - i dy}{dt}. \quad (87)$$

Обозначим через $\tilde{z}$ комплексное число, сопряженное z :

$$\tilde{z} = x - iy. \quad (88)$$

Из формул (87) и (88) следует:

$$\frac{dF}{dz} = m \frac{d\tilde{z}}{dt}, \quad (89)$$

откуда

$$t = m \int_L \frac{d\tilde{z}}{\left(\frac{dF}{dz}\right)} = m \int_L \frac{dx - i dy}{\left(\frac{dF}{dz}\right)}. \quad (90)$$

Криволинейный интеграл в правой части взят вдоль линии тока L , ибо dx и dy в формулах (86) — (90) — суть проекции дифференциала дуги линии тока на оси координат. При подсчетах про-

екции скорости по формулам (86), мы рассматриваем перемещение вдоль линии тока.

Время t , входящее в формулу (90), есть величина действительная; следовательно, мы должны получить действительную величину в результате интегрирования в правой части формулы (90); если бы результат интеграции оказался мнимой или комплексной величиной, то это бы означало, что мы интегрировали не вдоль истинной линии тока, а потому и пришли к абсурдному результату.

Дальше будут даны многочисленные примеры подсчета времени по формуле (90).

§ 15. ПОДСЧЕТ ВРЕМЕНИ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ К ОДНОЙ СКВАЖИНЕ

Характеристическая функция для случая радиального притока жидкости к одной скважине имеет вид (скважину рассматриваем как сток):

$$F(z) = -\frac{q}{2\pi} \ln z, \quad (91)$$

где q — дебит скважины на единицу мощности пласта (см. формулу (27) книги [3]), начало координат выбрано в центре скважины. Пользуясь полярными координатами, получим:

$$z = r e^{i\theta}, \quad (92)$$

$$F(z) = -\frac{q}{2\pi} \ln r - i \frac{q}{2\pi} \theta. \quad (93)$$

Сопоставляя формулы (93) и (83), легко найдем потенциал скорости и функцию тока:

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= -\frac{q}{2\pi} \ln r, \\ \Psi &= -\frac{q}{2\pi} \theta. \end{aligned} \right\} \quad (94)$$

Следовательно (см. формулы 84), уравнения семейства изобар и линий тока получим в таком виде:

$$\left. \begin{aligned} r &= \text{const}, \\ \theta &= \text{const}. \end{aligned} \right\} \quad (95)$$

Как и следовало ожидать, при радиальном движении изобары служат окружности, концентричные скважине, а линиями тока — прямые, сходящиеся в центре скважины.

Подсчитаем время движения частички жидкости к скважине вдоль любой линии тока L от точки A до точки B (рис. 10).

На рис. 10 A_c — контур скважины; θ — полярный угол, отсчитываемый от оси x ; AB — отрезок одной из линий тока L . Стрел-

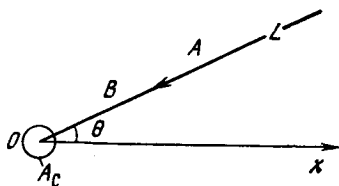


РИС. 10

ка на линии тока L указывает направление движения жидкости к скважине. Учитывая формулу (92), сопряженное комплексное число $\bar{z}$ запишем так:

$$\bar{z} = r e^{-i\theta}. \quad (96)$$

Из формул (91) и (92) найдем:

$$\frac{dF}{dz} = -\frac{q}{2\pi} \frac{1}{z} = -\frac{q}{2\pi} \frac{1}{r e^{i\theta}}. \quad (97)$$

С помощью формул (90) и (97) время движения вдоль линии тока представится так:

$$t = m \int_L \frac{d\bar{z}}{\left(\frac{dF}{dz}\right)} = -\frac{2\pi m}{q} \int_L r e^{i\theta} d\bar{z}. \quad (98)$$

Подсчитывая $d\bar{z}$ на основании формулы (96), мы должны учесть, что вдоль линии тока L угол θ остается постоянным, следовательно:

$$d\bar{z} = e^{-i\theta} dr, \quad (99)$$

$$t = -\frac{2\pi m}{q} \int_L r dr.$$

Здесь интегрирование производится по переменному r ; мы учли уравнение линии тока ($\theta = \text{const}$) и свели криволинейный интеграл к определенному. Пределы интеграции можем поставить, заметив, что мы подсчитываем интервал времени t движения частицы жидкости от точки A к B :

$$t = -\frac{2\pi m}{q} \int_{r_0}^r r dr,$$

где r_0 и r — радиусы-векторы соответственно точек A и B . Следовательно, выполняя интеграцию, получим:

$$t = \frac{\pi m}{q} (r_0^2 - r^2). \quad (100)$$

Если в этой формуле r замерять в метрах, а дебит q в м³/сут (см. формулу 82а), то время t получим в сутках.

Итак, при одном и том же дебите скважины время прямо про-

порционально пористости пласта; ясно, например, что при малой пористости жидкость должна двигаться через поры скорее (интервалы времени сокращаются), дабы обеспечить тот же дебит, что и при большой пористости. Дебит скважины q определится из формулы Дюпюи:

$$q = \frac{2\pi k (p_0 - p_1)}{\mu \ln \frac{R_0}{R_1}}. \quad (101)$$

Здесь k — проницаемость пласта; $(p_0 - p_1)$ — перепад давления; μ — вязкость жидкости; R_1 — радиус скважины A_c ; R_0 — радиус кругового контура области питания A_0 (см. рис. 6), концентричного скважине; на контуре скважины A_c поддерживается постоянное противодавление p_1 ; на контуре области питания A_0 — постоянное давление p_0 ; если бы скважина не работала, то у ее забоя мы бы замерили статическое пластовое давление p_0 .

Формулу (101) Дюпюи можно было бы вывести, имея в виду выражение характеристической функции (91) — см. работу [3], в которой вывод формулы Дюпюи и сама эта формула были подвергнуты подробному анализу.

Подставляя значение q из формулы (101) в (100), получим:

$$t = \frac{m \mu (r_0^2 - r^2)}{2k (p_0 - p_1)} \ln \frac{R_0}{R_1}. \quad (102)$$

Чтобы подсчитать время движения от точки A до скважины, нужно в формулу (102) вместо r подставить R_1 :

$$t = \frac{m \mu (r_0^2 - R_1^2)}{2k (p_0 - p_1)} \ln \frac{R_0}{R_1}. \quad (103)$$

Если пренебречь квадратом величины R_1 , считая ее малой, по сравнению с r_0 , то получим такую приближенную формулу:

$$t \cong \frac{m \mu r_0^2}{2k (p_0 - p_1)} \ln \frac{R_0}{R_1}. \quad (104)$$

Из формулы (104) видно, что время движения частицы жидкости от какой-либо точки пласта до скважины прямо пропорционально вязкости жидкости, пористости пласта, квадрату расстояния до центра скважины и обратно пропорционально таким величинам: проницаемости, перепаду давления. Радиус скважины и радиус контура области питания, входящие в формулу под знаком логарифмической функции, влияют на величину времени значительно меньше, чем только что перечисленные факторы.

Пример. Пусть пористость пласта $m = 0,25$, проницаемость $k = 1$ Д (1 мкм²), радиус скважины $R_1 = 10$ см, радиус контура области питания R_0 . Учитывая сказанное в книге [3], под R_0 можно вообще подразумевать величину, характеризующую размеры пластовой водонапорной системы (10 км), вязкость жидкости — 1 сП (1 мПа·с), перепад давления — 10 ат (1МПа), $r_0 = 100$ м. Частица, отстоящая от скважины на расстоянии 100 м, потратит для достижения скважины время, определяемое по формуле (103).

$$t = 166 \text{ сут.}$$

Этот результат может показаться несколько парадоксальным. Однако в его справедливости легко убедиться с помощью чрезвычайно простого подсчета. Прежде чем перейти к поверочному расчету, заметим, что, подставляя цифровые данные этого примера в формулу (101), получим такой дебит q , приходящийся на 1 м мощности пласта:

$$q = 47,2 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

Следовательно, для пласта мощностью в 10 м дебит Q на всю мощность будет равен:

$$Q = 472 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

Итак, оказывается, что весьма большой (на первый взгляд) интервал времени в 166 сут получился для достаточно высокодебитной скважины.

Перейдем к поверочному расчету. Определим объем τ нефти, заключенный в той части пласта вокруг скважины, которая ограничена расстоянием $r_0 = 100$ м, считая от центра скважины. Пользуясь формулой объема цилиндра и учитывая пористость пласта, получим:

$$\tau = \pi m r_0^2 b, \quad (105)$$

где b — мощность пласта. Подставив цифровые данные $b = 10$ м, $m = 0,25$, $r_0 = 100$ м, найдем:

$$\tau = 78500 \text{ м}^3.$$

Разделив количество нефти τ на дебит скважины $Q = 472 \text{ м}^3/\text{сут.}$, определим время t , за которое это количество нефти будет добыто, т. е. найдем время, которое необходимо для достижения скважины частичкой жидкости, отстоящей от нее на 100 м:

$$t = 166 \text{ сут.}$$

Этот результат точно совпадает с ранее найденным.

Сама формула (100) указывает на то, что время при радиальном движении может быть получено делением соответственного объема нефти на дебит скважины. Мы умышленно остановились столь подробно на анализе примера подсчета времени при радиальном движении. Этот пример, во-первых, хорошо поясняет метод подсчета времени по формуле (90); во-вторых, мы смогли провести простой поверочный расчет, который наглядно подтвердил справедливость формулы (90), выведенной здесь с помощью методов гидродинамики.

В дальнейшем, при решении более сложных задач нерадиального притока жидкости к нескольким скважинам, мы будем часто пользоваться общей формулой (90); иного, более простого, метода подсчета времени для тех задач не существует. Проверив формулу (90) на примере радиального движения, смело можно доверять результатам подсчетов по этой формуле.

Если бы мы для того же самого примера взяли пористость пласта $m = 0,15$, сохранив прочие данные неизменными, то нашли бы:

$$t = 99,6 \text{ сут.}$$

т. е. время уменьшилось бы пропорционально пористости, что вполне согласуется с нашим примечанием к формулам (103) и (104).

На основании формулы (103) составлена табл. 7, которая позволяет проследить за дебитом скважины на 1 м мощности пласта и за временем передвижения к скважине частиц жидкости при расстоянии 10 м, 20 м, ..., 1 км от нее. В этой таблице взято несколько вариантов проницаемости пласта, перепада давления, вязкости нефти, размеров пласта. Для определения времени при других значениях этих факторов параметров, легко найти результат, не проводя всего расчета заново, а лишь заметив: какие параметры и в какой пропорции изменились.

Из табл. 7 видно, что изменение R_0 с 10 до 50 км сравнительно мало влияет на время движения жидкости к скважине и на ее дебит — это подтверждает замечания, сделанные в предыдущем параграфе, о влиянии размеров пластовой водонапорной системы.

Табл. 7 так же показывает, что при $R_0=10$ км, $R_1=10$ см, $(p_0-p_1)=10$ ат (1 МПа), $\mu=1$ сП (1 МПа·с), $k=1$ Д (1 мкм²), время движения жидкости к скважине, если расстояние от нее составляет 1000 м, равно 9990 сут (см. графу 10), т. е. 27,4 года, а дебит скважины (на 1 метр мощности пласта) равен 47,2 м³/сут; при всех прочих тех же условиях, но при $k=0,2$ Д (см. графу 4) дебит скважины равен 9,4 м³/сут, а время движения с того же расстояния 1000 м равно 137 годам.

Т а б л и ц а 7

μ , сП (МПа·с)	k , Д (мкм ²)	(p_0-p_1) , ат (0,1 МПа)	q , м ³ /сут	Расстояние r_0 от скважины, м					
				10	20	50	100	200	1000
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$R_0=10$ км									
1	0,2	5	4,7	10	40	250	999	3996	9990
1	0,2	10	9,4	5	20	125	500	1998	49950
1	0,2	20	18,8	2,5	10	62,5	250	999	24975
1	1	5	23,6	2	8	50	200	800	19980
1	1	10	47,2	1	4	25	100	400	9990
1	1	20	94,3	0,5	2	12,5	50	200	4990
4	0,2	10	2,35	20	80	500	1998	7992	199800
4	1	10	11,8	4	16	100	400	1598	39960
$R_0=50$ км									
1	0,2	5	4,13	11,4	45,6	285	1139	4556	113900
1	0,2	10	8,27	5,7	22,8	142	570	2278	56950
1	0,2	20	16,54	2,8	11,4	71	285	1139	28470
1	1	10	41,3	1,1	4,6	28,5	114	456	11390
4	1	10	10,3	4,6	18,2	113,9	455,6	1822,4	45560
4	1	20	20,7	2,3	9,1	57	228	911	22780

Примечание. Время притока нефти к скважине при радиальном движении указано в сутках. При подсчетах принято: пористость $m=0,15$; $R_1=10$ см.

При больших значениях вязкости нефти и продолжительность притока с расстояния 1 км еще больше увеличивается. Эти примеры показывают: насколько затянута бы эксплуатация залежи нефти с помощью одной только скважины; предполагается, что скважина расположена в центре области нефтеносности, первоначальный контур нефтеносности имеет круговую форму и радиус этого контура 1 км, нефть залегает в купольной части складки. Подобные примеры полезно привести как дополнительную иллюстрацию к тому утверждению, что всю нефть, имеющуюся в данном подземном резервуаре, георетически говоря, возможно отобрать одной скважиной — это теоретическое утверждение Герольда часто цитируется в современной нефтепромысловой литературе¹.

Если бы в центре нефтяной залежи была проведена не одна, а группа тесно расположенных скважин, то дебит такой группы скважины, благодаря эффекту интерференции, не многим бы отличался от дебита одной скважины: время притока жидкости к такой группе скважин не многим бы отличалось от времени притока к одной скважине с того же расстояния.

¹ См. консультации проф. С. Герольда, опубликованные в «Трудах I Всесоюзного съезда ВНИТО нефтяников»; Гос. Горно-геол.-нефт. изд-во, 1934 г.

Упомянутые две причины — сильное взаимодействие и большие сроки эксплуатации залежи (ограниченной контуром нефтеносности с радиусом порядка 1 км) делают явно невыгодной расстановку скважин тесной группой на самом куполе складки.

Напомним еще раз, что табл. 7 подсчитана без учета разности в вязкостях краевой воды и нефти; если бы мы эту разность учли, то все приведенные в таблице интервалы времени несколько сократились бы. О влиянии разности в вязкостях воды и нефти было подробно указано в главе I (см. табл. 2); к этому мы дальше еще вернемся.

§ 16. ХАРАКТЕР СЯГИВАНИЯ «КОНТУРА НЕФТЕНОСНОСТИ» К ОДНОЙ СКВАЖИНЕ ПРИ РАДИАЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

Термин «контур нефтеносности» дан в кавычках по следующим причинам: в настоящей главе мы условились пренебрегать разностью в вязкостях нефти и краевой воды; этим самым мы идеализируем явление.

Под контуром нефтеносности в данном параграфе будем подразумевать контур, который в первоначальный момент (до начала эксплуатации) совпадает с истинным контуром нефтеносности, но который отделяет друг от друга жидкости одинаковых вязкостей, а потому его последующая миграция отличается от миграции истинного контура нефтеносности, отделяющего друг от друга жидкости разных вязкостей. Однако не лишено интереса проследить за характером стягивания такого условного контура нефтеносности; здесь можно будет уловить влияние расположения скважины по отношению к контуру нефтеносности на его последующую миграцию и на ту форму, которую контур может принять к моменту обводнения скважины. В такой простейшей постановке некоторые задачи были рассмотрены в книге Маскета [2]. С помощью метода несколько отличающегося от нашего, Маскет провел аналитическое исследование продвижения контура нефтеносности в двух случаях: I. Одна инжекционная и одна эксплуатационная скважины — см. Маскет [2], стр. 472. II. Характеристическая функция остается та же, что и в первом случае — см. Маскет [2], стр. 468 — одна скважина расположена вблизи прямолинейного контура нефтеносности. При исследовании этого второго случая Маскет предположил, что на всем протяжении первоначального прямолинейного контура нефтеносности давление сохраняет постоянную величину. Подобное предположение отнюдь нельзя признать удачным. Вводя такое предположение, Маскет, по существу говоря, и во втором случае решает ту же задачу о флюидинге, что и в первом. Таким образом, задача о стягивании прямолинейного контура нефтеносности к эксплуатационной скважине при отсутствии инжекционной осталась у Маскета нерешенной. Эту простую задачу мы рассмотрим в конце данного параграфа, а в последующих параграфах будут разобраны значительно более сложные задачи стягивания контура нефтеносности в случае нескольких эксплуатационных скважин.

Приступим к решению отдельных задач.

РИС. 11

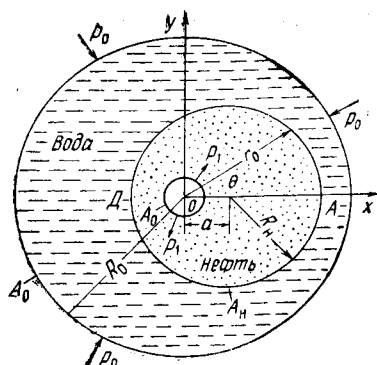
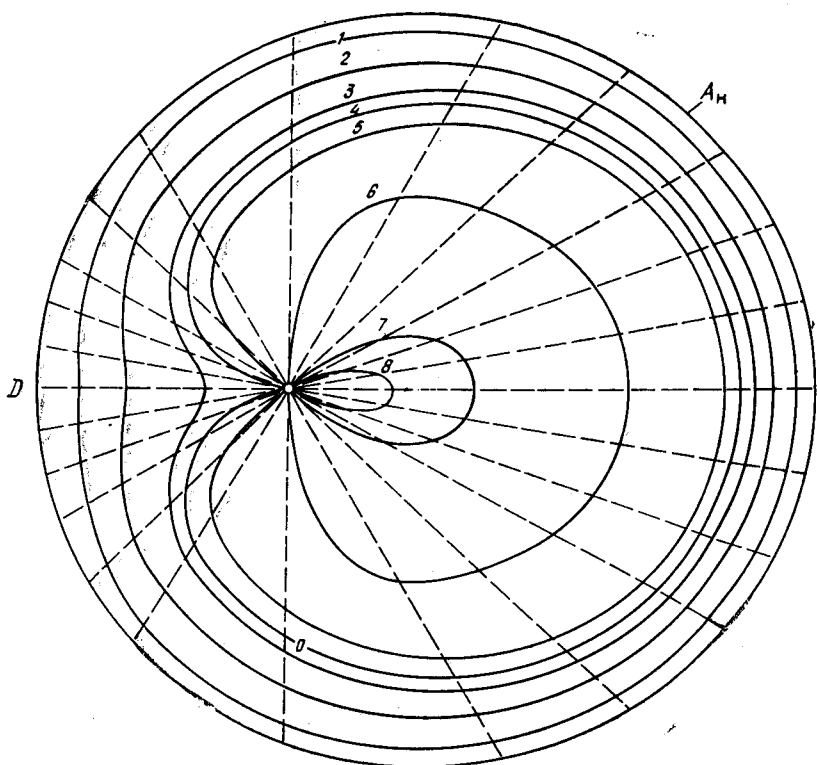


РИС. 12



Задача I. Предположим, что скважина A_c радиуса R_1 расположена в центре пласта с круговым контуром A_0 области питания радиуса R_0 (рис. 11). На этом рисунке масштабы, для ясности, искажены — скважина и контур нефтеносности A_n приведены несоразмерно большими.

Первоначально круговой контур нефтеносности A_n радиуса R_n расположен эксцентрично по отношению к скважине A_c . Расстояние между центрами скважины и контура нефтеносности A_n обозначим через a . На контуре области питания A_0 поддерживается постоянное давление p_0 , а на контуре скважины A_c — постоянное противодействие p_1 .

Так как контуры A_c и A_0 концентричны и разностью в вязкостях воды и нефти мы пренебрегаем, то приток нефти к скважине будет происходить по законам радиального движения, т. е. линиями тока будут прямые, сходящиеся радиально к центру скважины, а изобарами — окружности, концентричные контурам A_c и A_0 . Требуется проследить за последующей миграцией контура нефтеносности A_n в условиях подобного радиального движения.

Для этого найдем уравнение контура нефтеносности, отвечающее любому моменту времени t . В начальный момент времени круговой контур нефтеносности определяется уравнением:

$$(x-a)^2 + y^2 = R_n^2. \quad (106)$$

Воспользуемся полярными координатами:

$$x = r_0 \cos \theta; \quad y = r_0 \sin \theta,$$

называя через r_0 радиус-вектор точки на контуре нефтеносности в начальный момент времени. Тогда получим из (106):

$$r_0^2 - 2ar_0 \cos \theta + a^2 - R_n^2 = 0.$$

Решая последнее квадратное уравнение, найдем r_0 , а затем и r_0^2 :

$$r_0^2 = R_n^2 + a^2 \cos 2\theta + 2a \cos \theta \sqrt{R_n^2 - a^2 \sin^2 \theta}. \quad (107)$$

При радиальном притоке к скважине закон движения вдоль линии тока (вдоль радиуса) определяется формулой (102); из формулы (102) найдем:

$$r^2 = r_0^2 - \frac{2k(p_0 - p_1)}{m \mu \ln \frac{R_0}{R_1}} t.$$

Подставляя сюда вместо r_0^2 его значение из формулы (107), получим:

$$r^2 = R_n^2 + a^2 \cos 2\theta + 2a \cos \theta \sqrt{R_n^2 - a^2 \sin^2 \theta} - \frac{2k(p_0 - p_1)}{m \mu \ln \frac{R_0}{R_1}} t. \quad (108)$$

Формула (108) представляет собой уравнение стягивающегося контура нефтеносности; для любого значения полярного угла θ можно определить радиус-вектор r в любой момент времени. С помощью этой формулы построен рис. 12, на котором указан начальный круговой контур нефтеносности радиуса R_n и его последующие положения.

Кривые 1, 2, 3 и 5 построены через равные интервалы времени; кривая 4 соответствует моменту начала обводнения скважины; кривые 5—7 построены также через равные интервалы времени (иные, чем для кривых 1—3, 5). При построении рис. 12 было принято, что $R_n=150$ м, $a=50$ м (см. рис. 11), $R_0=10$ км, $R_1=10$ см. Рис. 12 дополняет табл. 8, в которой указано: сколько времени (в сутках) проходит до тех пор, пока первоначально круговой контур нефтеносности A_n (см. рис. 11 и 12) доходит до кривых 1—8; подсчеты проводились по формулам (102) и (108). Ближайшая к скважине точка контура нефтеносности обозначена буквой D ; эта точка лежит в области больших скоростей, она все более и более обгоняет остальные точки контура нефтеносности и первой достигает скважины.

Таблица 8

μ , сП (мПа·с)	k , Д (мкм ²)	(p_0-p_1) , ат (0,1 МПа)	Номер кривой							
			1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,2	5	298	596	894	999	1195	2390	3580	3882
1	0,2	10	150	298	447	499	596	1195	1790	1941
1	0,2	20	76	149	223	250	298	596	895	971
1	1	10	30	60	90	100	120	239	358	388
4	0,2	10	596	1195	1790	1998	2488	4780	7175	7775
4	1	10	120	240	360	400	480	996	1432	1552

Примечание. Время, соответствующее стягиванию контура нефтеносности от начального положения до кривых 1—8 (см. рис. 11 и 12), указано в сутках. При подсчетах принято: пористость $m=0,15$, $R_0=10$ км, $R_1=10$ см.

На рис. 12 заметно постепенное образование языка обводнения, вызванное несимметричным расположением скважины по отношению к контуру нефтеносности. Если бы мы учли разность в вязкостях нефти и краевой воды, то заметили бы, что язык обводнения образуется еще более интенсивно (см. главу I).

Задача II. Предположим, что скважина A_c радиуса R_1 расположена в центре пласта с круговым контуром A_0 области питания радиуса R_0 . В отличие от предыдущей задачи, предположим далее, что ближайшая к скважине часть контура нефтеносности A_n имеет прямолинейную форму. Расстояние между центром скважины и прямолинейной частью контура нефтеносности A_n обозначим через a . На рис. 13 показана только прямолинейная часть контура нефтеносности и скважина. На контуре области питания A_0 поддерживается постоянное давление p_0 , а на контуре скважины A_c — постоянное противодавление p_1 . Приток нефти к скважине будет радиальным (см. предыдущую задачу). Требуется проследить за миграцией контура нефтеносности при условии, что разностью в вязкостях воды и нефти мы пренебрегаем и при условии радиального притока нефти к скважине.

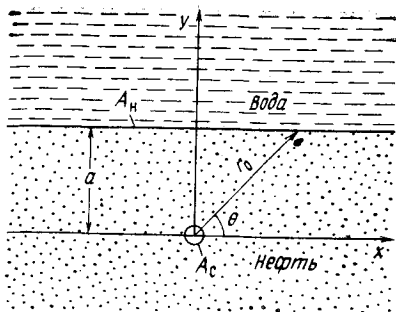


РИС. 13

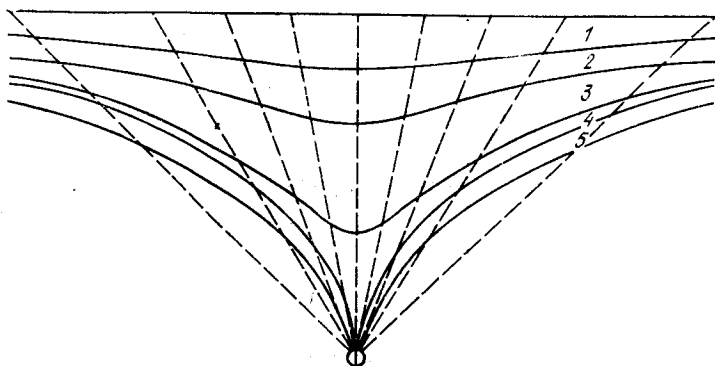


РИС. 14

Найдем уравнение контура нефтеносности, отвечающее любому моменту времени t . В начальный момент времени уравнение прямолинейной части контура нефтеносности A_n таково (в полярных координатах):

$$r_0 = \frac{a}{\sin \theta}, \quad (109)$$

где r_0 — радиус-вектор точки контура нефтеносности в начальный момент времени.

При радиальном притоке к скважине время движения вдоль линии тока (радиуса) определяется формулой (102), подставляя в которую значение r_0 из (109), найдем:

$$r^2 = \frac{a^2}{\sin^2 \theta} - \frac{2k(p_0 - p_1)}{m \mu \ln \frac{R_0}{R_1}} t. \quad (110)$$

Уравнение (110) представляет собой уравнение контура нефтеносности в любой момент времени (вернее сказать: уравнение той части контура нефтеносности, которая первоначально имела прямолинейную форму); оно позволяет для любого момента времени

определить радиус-вектор r точки контура нефтеносности, соответствующий полярному углу θ . На рис. 14 указаны последовательные положения контура нефтеносности A_n , стягивающегося к скважине. Рис. 14 построен с помощью формулы (110). Было принято, что $a=100$ м, $R_0=10$ км, $R_1=10$ см (см. также рис. 13 и 11).

Кривые 1, 2, 3 и 5 представляют последовательные положения контура нефтеносности через равные интервалы времени. Кривая 4 соответствует моменту начала обводнения скважины. Соответствующие интервалы времени легко определяются из формулы (102) или (110); следовательно, для рис. 14 можно использовать табл. 8. Заметим, что интервал времени, через который начнется обводнение, легко найти по табл. 7. В самом деле, для $a=100$ м, $R_0=10$ км, $R_1=10$ см, $m=0,15$, $k=1$ Д (1 мкм²), $\mu=1$ сПз (1 мПа·с), $(p_0-p_1)=5$ ат (0,5 МПа), получим, например, что время $t=200$ сут; соответствующий дебит скважины $q=23,6$ м³/сут. Рис. 14, как и рис. 12, так же показывает постепенное образование и рост языка обводнения.

§ 17. ПОДСЧЕТ ВРЕМЕНИ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ К ДВУМ СКВАЖИНАМ. ЗАМЕЧАНИЯ О МЕТОДЕ СТОКОВ

Характеристическая функция, отвечающая притоку жидкости к двум равнодебитным скважинам (случай двух стоков), имеет вид — см. § 33 книги [3]:

$$F(z) = -\frac{q'}{2\pi} \ln(z^2 - h^2), \quad (111)$$

где q' — дебит каждой из двух скважин при их совместной работе; $2h$ — расстояние между скважинами. Обозначая центры скважин через O_1 и O_2 и пользуясь биполярными координатами, получим (рис. 15):

$$\left. \begin{aligned} z - h &= r_1 e^{i\theta_1}, \\ z + h &= r_2 e^{i\theta_2}, \end{aligned} \right\} F(z) = -\frac{q'}{2\pi} \ln r_1 r_2 - i \frac{q'}{2\pi} (\theta_1 + \theta_2). \quad (112)$$

С помощью формул (83), (84) и (112) найдем уравнения изобар

$$r_1 r_2 = \text{const}$$

и линий тока

$$\theta_1 + \theta_2 = \text{const}.$$

Изобары представляют собой семейство овалов Кассини. Переходя из биполярных координат к декартовым, уравнение линий тока перепишем так:

$$\text{arctg} \frac{y}{x-h} + \text{arctg} \frac{y}{x+h} = \text{arctg} \frac{2xy}{x^2 - y^2 - h^2} = \text{const}$$

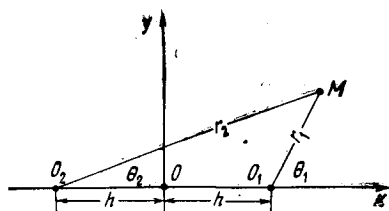
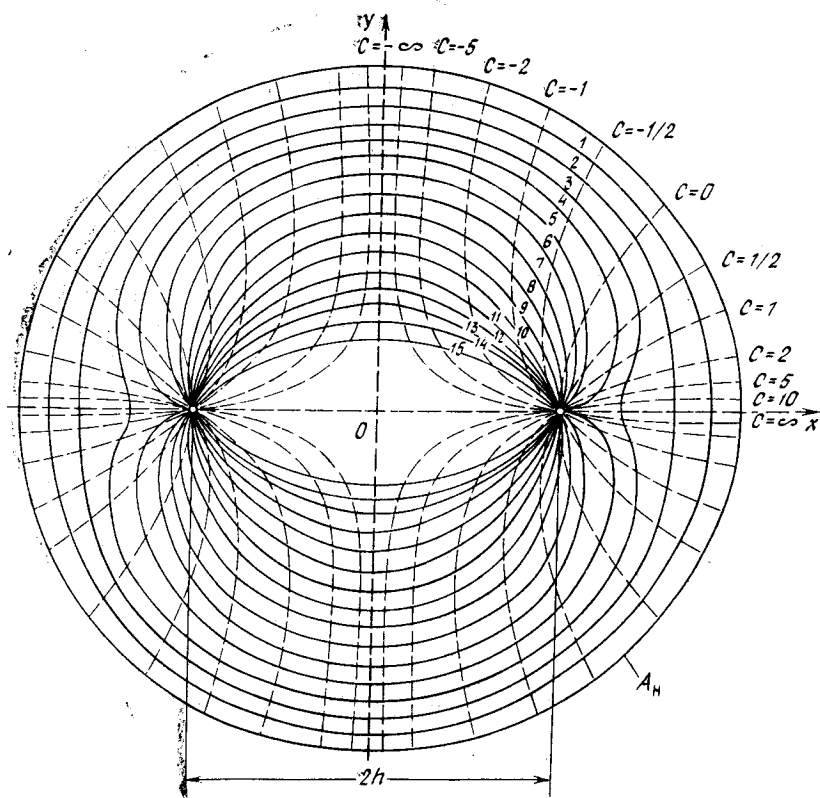


РИС. 15

РИС. 16



ИЛИ

$$x^2 - y^2 - 2Cxy - h^2 = 0, \quad (113)$$

где $C = \text{const}$. Уравнение (113) представляет собой уравнение однопараметрического семейства гипербол. На рис. 16 пунктиром построены кривые этого семейства — линии тока, отвечающие различным значениям параметра C . Для правой полуплоскости значение $C = \infty$ соответствует части оси абсцисс x правее стока; значение $C = -\infty$ соответствует оси ординат y и части оси абсцисс x между началом координат и стоком.

Поставим теперь перед собой такую задачу — найти законы движения частиц жидкости вдоль различных линий тока; для этого определим время движения вдоль линий тока из формулы (90).

Из формулы (111) найдем:

$$\frac{dF}{dz} = - \frac{q'}{\pi} \frac{z}{z^2 - h^2}. \quad (111 \text{ а})$$

Подставляя это выражение в формулу (90), получим:

$$t = - \frac{\pi m}{q'} \int_L \frac{x^2 - y^2 - h^2 + 2xyi}{x + yi} (dx - idy). \quad (114)$$

Из уравнения семейства линий тока выразим x в функции y ; тогда, ограничиваясь одной ветвью гиперболы:

$$\left. \begin{aligned} x &= Cy - \sqrt{(C^2 + 1)y^2 + h^2}, \\ dx &= Cdy - \frac{(C^2 + 1)y}{\sqrt{(C^2 + 1)y^2 + h^2}} dy. \end{aligned} \right\} \quad (115)$$

Подставляя x и dx из (115) в (114), мы легко обнаруживаем, что мнимая часть интеграла, как и следовало ожидать (см. § 114), пропадает; таким образом, после ряда алгебраических преобразований формула (114) представится в таком виде:

$$t = \frac{2\pi m}{q'} (C^2 + 1) \int_{y_1}^{y_2} \frac{Cy - \sqrt{(C^2 + 1)y^2 + h^2}}{\sqrt{(C^2 + 1)y^2 + h^2}} \cdot y dy, \quad (116)$$

где y_1 и y_2 — ординаты начальной и конечной точек на том отрезке пути вдоль линии тока, которому отвечает интервал времени t . Выполняя квадратуру, получим:

$$\begin{aligned} t = \frac{\pi m}{q'} \left[Cy \sqrt{(C^2 + 1)y^2 + h^2} - \frac{Ch^2}{\sqrt{C^2 + 1}} \ln \left(y + \sqrt{y^2 + \frac{h^2}{C^2 + 1}} \right) - (C^2 + 1)y^2 \right]_{y_1}^{y_2}. \end{aligned} \quad (117)$$

Эта формула справедлива для любой линии тока; желая найти время движения вдоль оси y , нужно в формуле (117) положить $C = -\infty$. Подстановка такого значения параметра в формулу (117) приводит к неопределенности; раскрывая неопределенность по известным правилам анализа (преобразовывая ее и пользуясь правилом Лопиталя), получим время движения вдоль оси y в таком виде:

$$t = \frac{\pi m}{q'} \left[\frac{1}{2} (y_1^2 - y_2^2) + h^2 \ln \frac{y_1}{y_2} \right]. \quad (118)$$

Возьмем теперь значение параметра $C = 0$. Это значение соответствует такой линии тока — см. формулу (113):

$$x^2 - y^2 = h^2. \quad (119)$$

Получим равнобочную гиперболу (см. рис. 16); это единственная из всех гипербол, которая в центре скважин имеет касательную перпендикулярную оси x — в дальнейшем нам придется обратить внимание на это замечание. Подставляя значение $C=0$ в формулу (117), найдем время движения вдоль равнобочной гиперболы:

$$t = \frac{\pi m}{q'} (y_1^2 - y_2^2). \quad (120)$$

Пользуясь уравнением равнобочной гиперболы (119), формулу (120) можно переписать так:

$$t = \frac{\pi m}{q'} (x_1^2 - x_2^2) = \frac{\pi m}{2q'} [(x_1^2 + y_1^2) - (x_2^2 + y_2^2)] \quad (120 а)$$

или

$$t = \frac{\pi m}{2q'} (r_0^2 - r^2), \quad (120 б)$$

где r_0 и r — радиусы-векторы (проведенные из начала декартовых координат) начальной и конечной точек отрезка пути на равнобочной гиперболы. Мы вывели формулу (118), как частный случай формулы (117); однако эту формулу можно было бы получить и непосредственно, если бы подставить значение $x=0$ в формулу (114). Так же точно, подставляя в формулу (114) значение $y=0$, найдем время движения вдоль оси x :

$$t = \frac{\pi m}{q'} \left[\frac{1}{2} (x_1^2 - x_2^2) - h^2 \ln \frac{x_1}{x_2} \right], \quad (121)$$

Если через r_0 и r обозначить расстояния начальной и конечной точек пути от начала координат, то время движения вдоль оси y можно написать так:

$$t_y = \frac{\pi m}{q'} \left[\frac{1}{2} (r_0^2 - r^2) + h^2 \ln \frac{r_0}{r} \right], \quad (122)$$

а время движения вдоль оси x :

$$t_x = \frac{\pi m}{q'} \left[\frac{1}{2} (r_0^2 - r^2) - h^2 \ln \frac{r_0}{r} \right]. \quad (123)$$

Сопоставляя формулы (122) и (123), видим, что при одних и тех же расстояниях начальной и конечной точек пути на обеих осях координат x и y время движения вдоль оси x меньше, чем время движения по оси y ; это понятно, ибо ось x проходит через центры скважины и на этой оси влияние скважины сказывается всего сильнее. Любопытно отметить, что, судя по формулам (120б), (122) и (123), время движения t вдоль равнобочной гиперболы равно среднему арифметическому времени движения t_x и t_y по осям x и y :

$$t = \frac{1}{2} (t_x + t_y). \quad (124)$$

Чтобы найти время движения вдоль линии тока до скважины, следует в формуле (117) положить $y=0$, а в формулах (120 б) и (123) положить $r=h$, т. е. считать, что конечная точка пути лежит у скважины.

Если бы посредине расстояния между двумя взаимодействующими скважинами поместить одну скважину с тем же дебитом q' , какой каждая из двух скважин имеет при совместной работе, то время притока по линиям тока (по радиусам, ибо движение будет радиальным) определилось бы формулой (100); в формуле (100) пришлось бы только заменить дебит q дебитом q' . Сравнивая формулу (100) с формулами (122) и (123), заметим, что время t_x для случая двух скважин (мы берем только тот случай, когда r_0 и r больше h) настолько же меньше времени движения к одной скважине, насколько время движения t_y больше времени движения к данной скважине.

Сравнивая формулы (100) и (120 б), замечаем, что они по внешнему виду совпадают. Эти любопытные свойства упомянутых формул нам в дальнейшем придется использовать.

Скорость фильтрации определим с помощью формулы (111 а) и (85):

$$\frac{dF}{dz} = - \frac{q'}{\pi} \frac{z}{z^2 - h^2} = v_x - i v_y. \quad (125)$$

Чтобы получить скорость движения вдоль оси x , положим $y=0$ и $v_y=0$; найдем:

$$v_x = - \frac{q'}{\pi} \frac{z}{z^2 - h^2}. \quad (126)$$

При $x>0$, $|x|>h$ имеем $v_x<0$; при $x>0$, $|x|<h$ имеем $v_x>0$; при $x=0$ имеем $v_x=0$; при $|x|\rightarrow h$ имеем $|v_x|\rightarrow\infty$, т. е. при приближении к скважине — скважину мы пока заменили точечным стоком — скорость неограниченно возрастает. Если рассматривать реальную скважину конечного радиуса, то просто можно сказать, что величина скорости достигает максимума у стенки скважины.

Чтобы получить скорость движения вдоль оси y , в формуле (125) примем: $x=0$, $z=iy$ и $v_x=0$. Тогда

$$v_y = \frac{q'}{\pi} \frac{y}{y^2 + h^2}. \quad (127)$$

При $y=0$ имеем $v_y=0$. Начало координат является точкой равновесия; обе проекции скорости, т. е. вся скорость, в этой точке равны нулю. Ось y , как показывает рис. 16, является нейтральной или водораздельной линией. Исследуя изменение величины v_y по формуле (127), найдем, что v_y достигает своего максимума при $y=h$; таким образом, частица жидкости движется ускоренно с далеких расстояний вначале по оси y ; затем, перейдя точку $y=h$ (то же можно сказать и об отрицательной оси y), начинает двигаться замедленно и, по мере приближения к сере-

дине расстояния между скважинами, т. е. к точке равновесия, скорость частицы жидкости стремится к нулю.

В формулах (111)—(127) фигурирует дебит q' каждой из двух интерферирующих скважин при их совместной работе. Этот дебит определяется формулой (101) или (127) нашей книги [3]:

$$q' = \frac{2\pi k (p_0 - p_1)}{\mu \ln \frac{R_0^2 + h^2}{2hR_1}}, \quad (128)$$

где обозначения приняты те же, что и в формуле Дюпюи (101) для дебита одиночно работающей скважины.

Здесь следует заметить вот что: при анализе работы двух скважин мы задались формулой (111) для характеристической функции. Подобная формула отвечает наличию двух стоков в неограниченном пласте; предполагается, что источники находятся в бесконечно удаленной точке плоскости; условие постоянства давления наперед заданном круговом контуре области питания, т. е. внешнее граничное условие, точно удовлетворено быть не может. Чтобы точно удовлетворить внешним граничным условиям и избежать необходимости рассматривать пласт неограниченных размеров, следовало бы вместо метода стоков воспользоваться методом отображения источников-стоков. В книге [3] дано подробное сопоставление обоих методов, показаны те принципиально ошибочные выводы, к которым может привести метод стоков, но показано также и то, что, помня о принципиальной неточности метода стоков, можно использовать целый ряд формул, выведенных с помощью этого метода. Поясним это таким примером: точная формула дебита для каждой из двух взаимодействующих скважин, выведенная с помощью метода отображения источников-стоков, имеет вид — см. формулу (160) книги [3]:

$$q' = \frac{2\pi k (p_0 - p_1)}{\mu \ln \frac{R_0^4 - h^4}{2R_0^4 R_1 h}}. \quad (129)$$

Нас в данной работе будут интересовать только такие случаи, когда $R_0 \gg h$; так, например, мы будем брать $R_0 = 10-50$ км, а $h = 200-400$ м. Во всех этих случаях (с точностью до долей процента) точную формулу (129) можно заменить приближенной формулой, которую мы получим, если в формуле (129) в числителе аргумента логарифма, мы пренебрежем величиной h^4 по сравнению с R^4 . Итак, приближенная формула примет вид:

$$q' = \frac{2\pi k (p_0 - p_1)}{\mu \ln \frac{R_0^2}{2R_1 h}}. \quad (130)$$

Если в формуле (128) мы для случая $R_0 \gg h$ сделаем аналогичное допущение, то придем к той же самой приближенной формуле (130). Таким образом, метод стоков и метод отображения

источников-стоков в данном случае привели нас к одной и той же формуле (130). В дальнейшем, при подсчетах времени нам важно иметь как можно более простые выражения характеристических функций. Поэтому, в данной работе, мы предпочтем пользоваться методом стоков, ибо характеристические функции, отвечающие такому методу, проще, чем по методу отображения источников-стоков; оба метода, как мы только что видели, дают одинаковые расчетные приближенные формулы для дебита скважин в интересующих нас случаях $R_0 \gg h$; конечно, мы не будем здесь касаться тех сторон метода стоков, которые бы могли привести к неверным выводам.

§ 18. ХАРАКТЕР СЯГИВАНИЯ КОНТУРА НЕФТЕНОСНОСТИ К ДВУМ СКВАЖИНАМ. ПОДСЧЕТ ПЛОЩАДИ ЦЕЛИКА И КОЭФФИЦИЕНТА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПЛАСТА

Контур нефтеносности будем понимать в том же смысле, как это было пояснено в § 16; разностью в вязкостях нефти и краевой воды пренебрегаем. Итак, предположим, что две скважины расположены симметрично внутри первоначального кругового контура нефтеносности A_n радиуса R_n .

Требуется проследить за последующим стягиванием контура нефтеносности благодаря отбору нефти из скважины. На рис. 16 указаны последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности через равные интервалы времени (см. кривые 1—15, причем кривая 4 соответствует положению контура нефтеносности в момент обводнения скважин). Рис. 16 построен для случая $R_n = 2 \cdot 10^3 R_1$, $h = 10^3 R_1$; т. е. если считать $R_1 = 10$ см, получим: $R_n = 200$ м, $h = 100$ м.

Равные интервалы времени T , через которые построены последовательные положения контура нефтеносности на рис. 16, приведены в табл. 9; конечно, эти интервалы времени оказываются различными при неодинаковых физико-геологических условиях. В табл. 9 принято: пористость $m = 0,15$; $R_0 = 10^5 R_1$; $h = 10^3 R_1$. Построение рис. 16 и расчет данных табл. 9 произведены на основании формул (117)—(123) и (130).

Таблица 9

μ , сП (мПа·с)	k , Д (мкм ²)	$(p_0 - p_1)$, ат (0,1 МПа)	q' , м ³ /сут	T , сут
1	0,2	5	3,44	312
1	0,2	10	6,88	156
1	1	5	17,2	62,4
1	1	10	34,4	31,2
4	0,2	5	0,86	1248
4	0,2	10	1,72	624
4	1	5	4,3	249,6
4	1	10	8,6	124,8

Примечание. Дебит q' отнесен к 1 м мощности пласта.

На рис. 16 взят случай первоначально кругового контура нефтеносности малых размеров (при $R_1=10$ см, $h=100$ м имеем $R_n=200$ м) с той целью, чтобы лучше проследить за характерными особенностями стягивания контура нефтеносности. На рис. 17 отражен случай больших размеров первоначально кругового контура нефтеносности, именно $R_n=5h$. Здесь мы видим, что, находясь сначала на больших расстояниях от скважин (обе скважины расположены симметрично по отношению к контуру нефтеносности), контур нефтеносности стягивается равномерно, оставаясь приблизительно круговым, как будто бы в его центре расположена только одна скважина.

Язык обводнения вдоль линии центров скважины начинает быть заметен лишь тогда, когда контур нефтеносности приближается к скважинам. Построение рис. 17 проведено по тем же формулам, что и рис. 16. На рис. 17 кривая 3 представляет собой контур нефтеносности в момент начала обводнения скважин.

Укажем теперь точный метод подсчета начального целика нефти, т. е. той площади, которая заключена внутри контура нефтеносности в момент начала обводнения скважин. Здесь мы разберем простейший случай, но этот же метод будет нами применен и для решения более сложных задач.

Предположим, что в начальный момент контур нефтеносности A_n имеет форму окружности радиуса R_n (см. рис. 16). При стягивании контура нефтеносности первыми достигнут скважин те

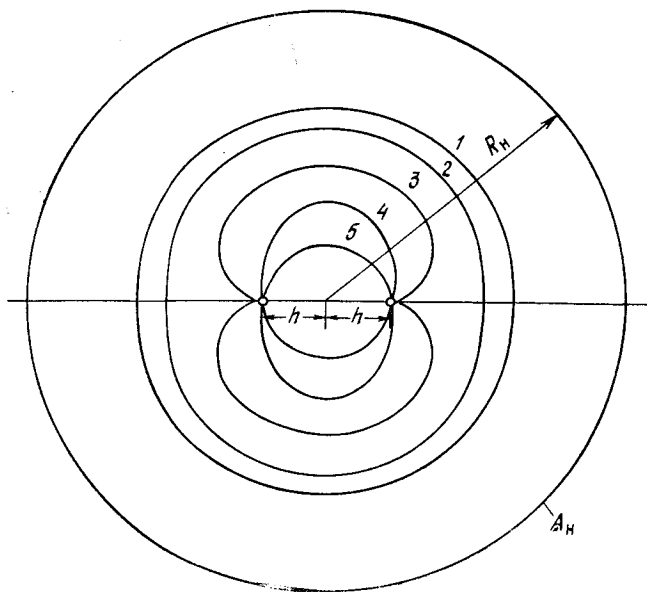


РИС. 17

точки контура, которые лежат на оси x — вдоль оси x наиболее интенсивно развивается язык обводнения. Поэтому, если мы в формуле (123) вместо r_0 подставим R_0 и вместо r подставим h , то получим, совершенно точно, то время, которое пройдет с начала работы скважин до момента их обводнения; это время обозначим через $\bar{t}_x$. Итак,

$$\bar{t}_x = \frac{\pi m}{q'} \left[\frac{1}{2} (R_n^2 - h^2) - h^2 \ln \frac{R_n}{h} \right]. \quad (131)$$

Дебит каждой из двух скважин при их совместной работе равен q' , время работы скважин до начала их обводнения составляет $\bar{t}_x$. Имея эти данные, легко подсчитать тот объем нефти S , т. е. суммарную добычу (на 1 м мощности пласта), которую получим из обеих скважин за время их работы до начала обводнения:

$$S = 2q'\bar{t}_x = 2\pi m \left[\frac{1}{2} (R_n^2 - h^2) - h^2 \ln \frac{R_n}{h} \right]. \quad (132)$$

Суммарная добыча S равна, в точности, объему нефти, который содержался в порах обводнившейся части пласта¹, т. е. той части пласта, которая находится между начальным круговым контуром нефтеносности и контуром нефтеносности в момент обводнения. Так как S есть добыча на единицу мощности пласта, то величину обводнившейся площади σ мы получим, если S разделим на пористость m :

$$\sigma = \frac{S}{m} = 2\pi \left[\frac{1}{2} (R_n^2 - h^2) - h^2 \ln \frac{R_n}{h} \right]. \quad (133)$$

Зная площадь σ_0 первоначального контура нефтеносности

$$\sigma_0 = \pi R_n^2, \quad (134)$$

мы можем легко подсчитать площадь целика $\sigma_{ц}$, т. е. площадь (или объем на единицу мощности) пласта внутри контура нефтеносности в момент обводнения скважин:

$$\sigma_{ц} = \sigma_0 - \sigma = \pi h^2 \left(1 + 2 \ln \frac{R_n}{h} \right). \quad (135)$$

Количество нефти $S_{ц}$, которое содержится внутри целика (на единицу мощности пласта) к моменту обводнения найдем так:

$$S_{ц} = \sigma_{ц} m = \pi m h^2 \left(1 + 2 \ln \frac{R_n}{h} \right). \quad (136)$$

Количество нефти S_0 , которое содержится внутри первоначального контура нефтеносности,

$$S_0 = \sigma_0 m = \pi R_n^2 m. \quad (137)$$

¹ Еще раз напомним, что во всей данной книге, за исключением приложения, предполагается, что вода вытесняет всю нефть из той области, куда вода вторглась.

Назовем остаточным коэффициентом ξ отношение количества оставшейся в пласте нефти к моменту обводнения скважины (т. е. нефти внутри целика) ко всему количеству нефти, заключенному внутри первоначального контура нефтеносности; назовем также коэффициентом использования пласта α отношение добытой из пласта нефти к моменту обводнения скважин ко всему количеству нефти, заключенному внутри первоначального контура нефтеносности. Из формул (132)—(137) найдем:

$$\xi = \frac{S_{\Pi}}{S_0} = \frac{\sigma_{\Pi}}{\sigma_0} = \frac{h^2}{R_{\Pi}^2} \left(1 + 2 \ln \frac{R_{\Pi}}{h} \right), \quad (138)$$

$$\alpha = \frac{S}{S_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} = 1 - \frac{h^2}{R_{\Pi}^2} \left(1 + 2 \ln \frac{R_{\Pi}}{h} \right). \quad (139)$$

Из самого определения и из формул (138) и (139) следует, что всегда

$$\xi + \alpha = 1. \quad (140)$$

Мы будем пользоваться иногда одним, иногда другим из этих коэффициентов ξ и α .

Итак, здесь выведены весьма простые формулы для суммарной добычи нефти из скважин до момента их обводнения, коэффициента использования пласта и остаточного коэффициента, площади целика и для интервала времени от начала эксплуатации скважин до момента их обводнения.

Рассмотрим несколько примеров: на рис. 18 изображены первоначальные круговые контуры нефтеносности и их положение к моменту обводнения скважин для таких случаев: 1) $R_{\Pi} = 10h$, 2) $R_{\Pi} = 5h$, 3) $R_{\Pi} = 2h$.

Наибольшему первоначальному контуру нефтеносности соответствует наибольший контур нефтеносности к моменту обводнения скважин. Рис. 18 построен так: время $\bar{t}_x$, соответствующее началу обводнения скважин вдоль оси x , подставляется в левую часть формулы (117), из которой оказывается возможным определить положение контура нефтеносности вдоль любой линии тока (т. е. для любого значения параметра C) для момента начала обводнения скважин. Особенно просто определяется положение контура нефтеносности на равнобочной гиперболе с параметром $C=0$ и на оси y , ибо для этих случаев величину $\bar{t}_x$ можно подставить в формулы (120 б) и (122). Подставляя, например, величину $\bar{t}_x$ из формулы (131) в левую часть формулы (122) вместо t_y и полагая в правой части формулы (122) $r_0 = R_{\Pi}$ и $r = d$, найдем:

$$\frac{d^2}{h^2} = 1 + 2 \ln \frac{R_{\Pi}^2}{hd}. \quad (141)$$

Из этого трансцендентного уравнения и определяется величина d , т. е. расстояние (по оси y) от начала координат (от сече-

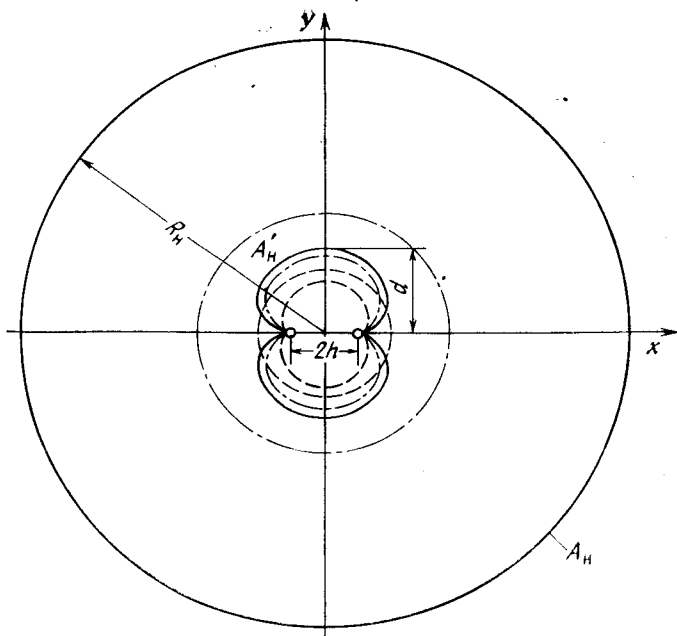


РИС. 18

дины расстояния между скважинами) до наиболее удаленной точки контура нефтеносности в момент обводнения скважин (см. рис. 18).

При построении рис. 16—18 предполагалось, что круговой контур области питания A_0 (см. рис. 11) имеет большие размеры по сравнению с размерами скважин и расстоянием между ними, хотя мы уже неоднократно замечали, что форма этого контура и его размеры мало влияют на результаты подсчетов.

Дополнением к рис. 18 служит табл. 10, в которой по формулам данного параграфа подсчитаны: абсолютная площадь целика σ_c , коэффициент использования пласта α , остаточный коэффициент ξ и наибольшее расстояние d от контура нефтеносности до середины отрезка, соединяющего центры скважин; подсчет сделан для первоначального контура нефтеносности с радиусом R_n , равным $2h$, $5h$ и $10h$.

Таблица 10

R_n/h	$\sigma/\pi h^2$	ξ	α	d/h
2	2,39	0,600	0,400	1,66
5	4,22	0,170	0,830	2,65
10	5,61	0,056	0,944	2,84

Из таблицы видно, что с увеличением размеров контура нефтеносности, по сравнению с расстоянием между скважинами (т. е. по мере того, как увеличивается расстояние от скважин до первоначального контура нефтеносности), абсолютные размеры целика нефти к моменту обводнения возрастают; однако, как показывает величина остаточного коэффициента, отношение площади целика ко всей площади внутри первоначального контура нефтеносности резко убывает при увеличении отношения R_n к h . Так, например, если при $R_n = 2h$ площадь оставшегося к моменту обводнения целика составляет 60 % от первоначальной площади нефтеносности, то уже при $R_n = 5h$ та же цифра снижается до 17 %. Итак, с точки зрения величины целика, скважины выгоднее ставить как можно ближе к центру нефтяной залежи, удаляя их от контура нефтеносности. С другой стороны, взаимное сближение скважин у центра залежи невыгодно с точки зрения усиления эффекта интерференции. В дальнейшем (при решении вопроса о расстановке скважин) нам всегда придется выбирать наиболее выгодное расстояние между скважинами, исходя из тех соображений, чтобы и целик нефти к моменту обводнения остался наименьшим и чтобы эффект взаимодействия скважин был, по возможности, не силен. Этим двум требованиям, конечно, проще всего было бы удовлетворить, поставив в центре одну скважину, но вполне понятно, что такое решение вопроса было бы неудовлетворительно, ибо одна скважина (или, вообще, чересчур малое число скважин) не обеспечили бы нужных темпов добычи нефти — об этом было подробно говорено в § 15.

Итак, к вышеназванным двум признакам выгодной расстановки скважин прибавляется третий: число скважин должно быть достаточным, чтобы обеспечить возможно более высокий темп добычи нефти. О критериях выгодности расстановки скважин более подробно будет сказано дальше.

Выясним теперь еще один вопрос: какую форму будет иметь контур, подходящий к скважине одновременно всеми своими точками?

Такой контур, пользуясь остроумным термином инж. В. П. Яковлева¹, назовем синхронным контуром. С помощью формул данного параграфа построены синхронные контуры, общий вид которых приведен на рис. 19 и 20.

На рис. 19 взяты синхронные контуры, пересекающие ось x на расстояниях h , $2h$ и $4h$ от скважины (т. е. на расстояниях $2h$, $3h$

¹ На статью В. П. Яковлева мы уже ссылались в I главе. В своей статье В. П. Яковлев построил синхронные контуры для нескольких случаев расстановки скважин. Эти построения не лишены интереса. К сожалению, автор в этих и других построениях пользуется чисто графическими методами, без всякой аналитической проверки результатов. Точность же графических приемов оказалась такова, что в построения автора статьи вкрались некоторые неточности, не говоря уже о том, что отсутствие каких бы то ни было точных аналитических зависимостей не позволило В. П. Яковлеву правильно учесть влияние ряда существенных факторов.

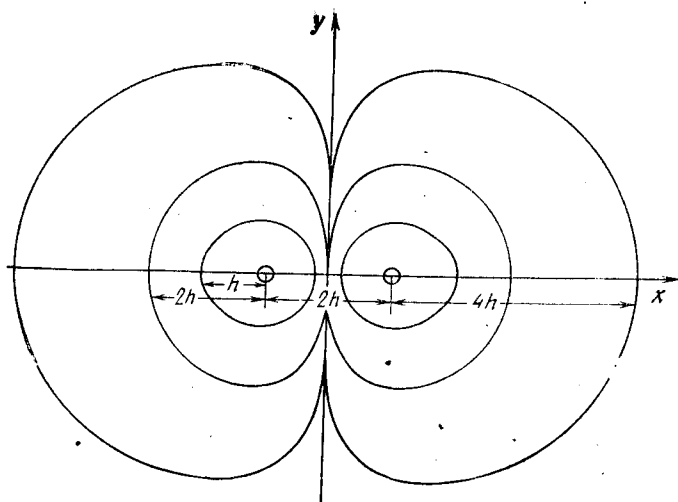


РИС. 19

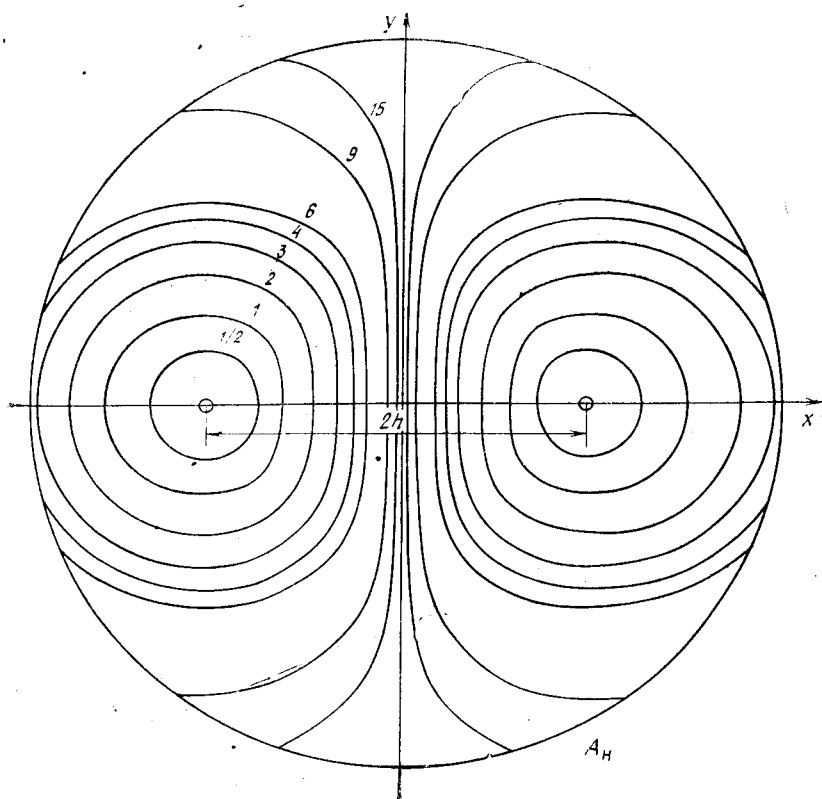


РИС. 20

и $5h$ от начала координат, выбранного посередине между скважинами). Речь идет о точках пересечения контуров осью x , лежащих вне отрезка, соединяющего центры скважин.

На рис. 20 взяты синхронные контуры через равные интервалы времени. Около каждого синхронного контура проставлена цифра, указывающая: сколько интервалов времени потребуется, чтобы данный контур всеми своими точками стянулся к скважине.

Кроме синхронных контуров на рис. 20 нанесен круговой контур; замечая точки пересечения синхронных контуров с круговым, мы сразу видим — в какой последовательности точки кругового контура достигают скважин.

Предположим теперь, что ближайшая к скважине часть контура нефтеносности имеет прямолинейную форму. Спрашивается: как будет стягиваться к скважинам этот прямолинейный участок контура нефтеносности? Мы по-прежнему считаем, что две равнодебитные скважины расположены симметрично по отношению к центру пласта, с круговым контуром области питания A_0 радиуса R_0 (этот контур A_0 изображен на рис. 11; только теперь мы берем не одну, а две скважины), причем радиус R_0 мы считаем значительно большим, чем расстояние между скважинами; разностью в вязкостях нефти и краевой воды пренебрегаем. При этих условиях линиями тока будут служить гиперболы, уравнение семейства которых дается формулой (113), а время движения вдоль них определяется по формулам (117)—(123). Напомним, что в § 16 мы условились решать задачу приближенно, пользуясь методом стоков; если бы решать задачу более точно, по методу отображения источников-стоков, то линии тока были бы вблизи скважин очень похожи на гиперболы, но их уравнения оказались бы более сложными — сравнить между собой формулы (118 б) и (171), а также рис. 33 и 44 книги [3]. Для целей настоящей работы метод стоков дает более чем достаточную точность; ошибки в подсчетах не будут превышать 1 % и даже чаще выражаются малыми долями процента.

Чтобы проследить за стягиванием контура нефтеносности к скважинам, нужно использовать формулы (113) и (117)—(123) § 17 с той целью, чтобы определить перемещения точек этого контура вдоль известных линий тока.

На рис. 21 показаны две равнодебитные скважины, находящиеся на расстоянии $2h$ друг от друга и на расстоянии $\delta = 2h$ от первоначального прямолинейного участка контура нефтеносности A_n ; скважины расположены параллельно прямолинейному участку контура A_n . Линии тока нанесены штрихами, причем около них помечены значения параметра C , отвечающего уравнению (113). Сплошными линиями нанесены последовательные положения контура нефтеносности через равные интервалы времени T ; цифра, стоящая около каждой кривой, показывает: сколько таких интервалов времени уже пройдено. Эти интервалы времени T (в сутках) приведены в табл. 9 для случая $R_0 = 10^5 R_1$, $h = 10^3 R_1$,

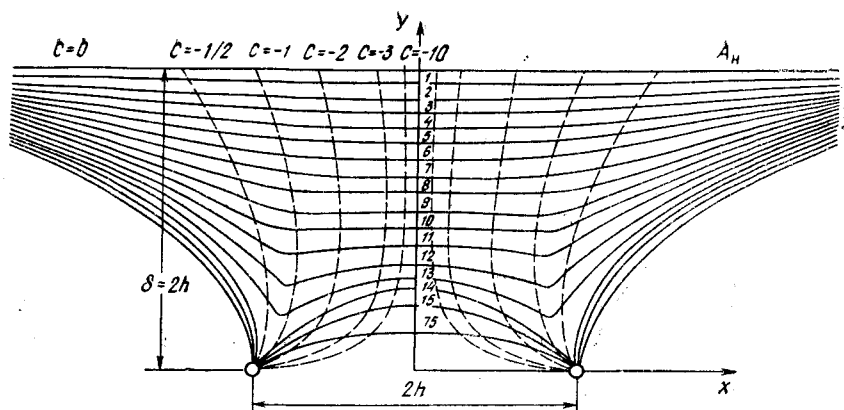


РИС. 21

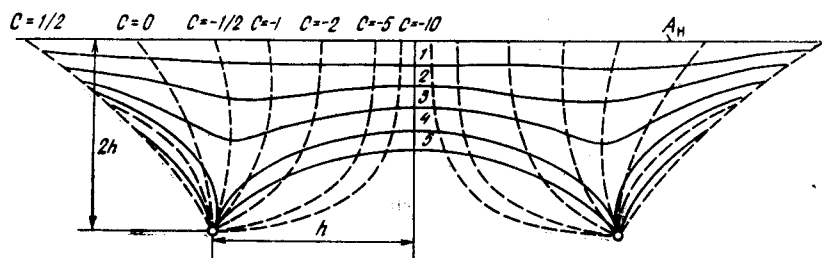


РИС. 22

где R_1 — радиус скважины; при разных физико-геологических условиях интервалы времени T оказываются, конечно, различными. Так, например, если взять $\mu = 1$ сП (1 мПа·с), $k = 1$ Д (1 мкм²), $(p_0 - p_1) = 10$ ат (1 МПа), то из табл. 9 найдем $T = 31,2$ сут, а дебит q' каждой из скважин при их совместной работе будет равен 34,4 м³/сут. (дебит отнесен к 1 м мощности пласта). Рис. 21 показывает, что через 14 интервалов времени T , т. е. (при упомянутых данных) спустя 436,8 сут, контур нефтеносности A_n достигает скважин. Обращая внимание на точки пересечения оси y (водораздельной линии, проходящей через середину расстояния между скважинами, перпендикулярно их линии центров) с последовательными положениями контура нефтеносности, мы видим, что сначала отрезки на оси y между кривыми 1, 2, 3 ... возрастают, достигают максимума и затем начинают убывать; это согласно с нашим исследованием изменения скорости вдоль оси y (см. § 17).

На рис. 22 и 23 мы имеем ту же картину стягивания контура нефтеносности, только для других расстояний между скважинами и первоначально прямолинейным участком контура A_n .

Именно принято на рис. 22 $\delta=h$, а на рис. 23 $\delta=4h$. На рис. 22 сплошными занумерованными линиями отмечены положения контура нефтеносности через равные интервалы времени (как и на рис. 21), а штрих-пунктирная линия, близкая к кривой 4, отмечает положение контура нефтеносности в момент обводнения скважин.

На рис. 23 единственная сплошная кривая линия указывает положение контура нефтеносности в момент обводнения скважин.

На рис. 24 для удобства сравнения отражены три предыдущих случая: сплошная прямая линия обозначает контур нефтеносности, отстоящий от скважины на расстоянии $\delta=4h$, сплошная кривая — последующее положение этого контура к моменту обводнения скважин; штриховые и штрих-пунктирные линии — те же контуры, но для случаев $\delta=h$ и $\delta=2h$. Общая картина стягивания контура нефтеносности здесь такая же, какая была указана в статье В. П. Яковлева.

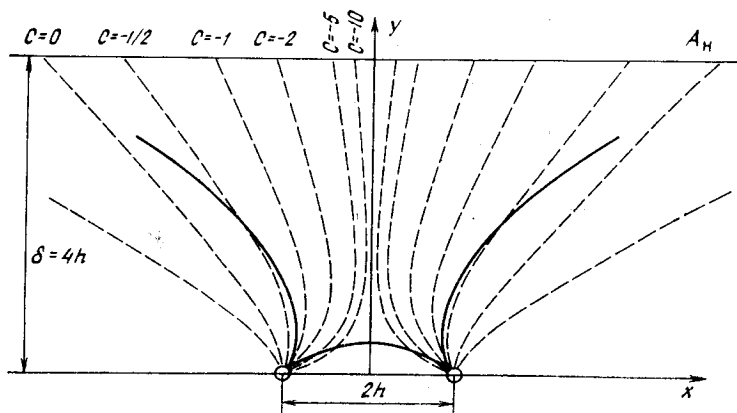


РИС. 23

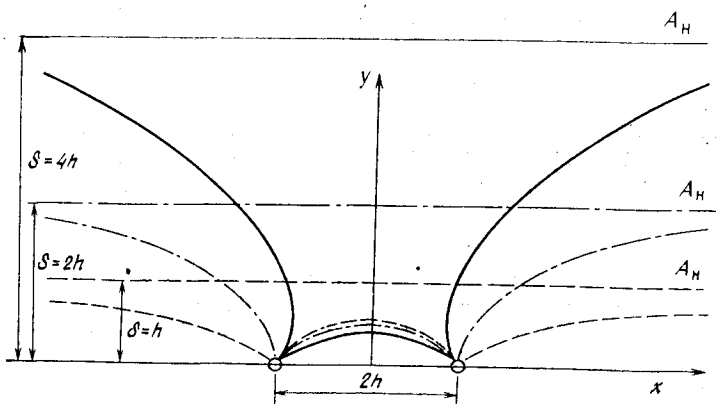


РИС. 24

Рис. 19—24 построены студентом ДГУ М. З. Чарным на основании формул данного параграфа.

Напомним еще раз, что все построения данного параграфа справедливы только при том условии, что мы пренебрегаем разностью в вязкостях нефти и краевой воды. В последующих главах, при подведении окончательных итогов, мы обязательно будем учитывать эффект различия в вязкостях нефти и краевой воды, подробно исследованный в главе I.

ГЛАВА IV

РАССТАНОВКА СКВАЖИН В УСЛОВИЯХ КУПОЛЬНОЙ ЗАЛЕЖИ

§ 19. ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Для совершенно правильной купольной складки изогипсы представляются концентричными окружностями. Если в сводовой части (на куполе) такой складки залегает нефть и пласт находится в условиях водонапорного режима, то первоначальный контур нефтеносности будет иметь форму окружности, ибо в условиях водонапорного режима первоначальный контур нефтеносности располагается, обычно, по изогипсе пласта. Предположим далее, что пласт однороден по проницаемости, по мощности и т. д., т. е. сохраним относительно пласта те условия, которые были оговорены в предыдущих главах; собственно говоря, для последующего гидродинамического анализа важно, чтобы все эти условия были сохранены не на всем протяжении пласта, а лишь в области нефтеносности и в ближайшей к ней приконтурной зоне. Предположим далее, что в области нефтеносности и в ближайшей к ней зоне нет никаких тектонических нарушений, так что краевая вода может равномерно продвигаться по пласту со всех сторон и продуктивный пласт не разбит на отдельные поля. Влияние сбросовых нарушений в сплошности пласта и влияние только одностороннего расположения контура краевых вод на работу и расстановку скважин будут выяснены в последней главе; особенности расстановки скважин в условиях брахиантиклинальной залежи, с заметной разницей в размерах длинной и короткой осей, будут рассмотрены в следующей главе. Таким образом, в данной главе мы будем рассматривать купольную залежь с круговым контуром нефтеносности и с концентричным ему круговым же — точное соблюдение этого последнего условия, как было показано в нашей книге [3], не имеет существенного значения — контуром области питания. При гидродинамическом решении ряда вопросов расстановки скважин в условиях пласта с водонапорным режимом мы можем пласт считать горизонтальным; в книге [3] влия-

ние уклона пласта было рассмотрено¹ и было указано: как перевести результаты, полученные для горизонтального пласта на случай наклонного пласта.

Напомним также, что в данной работе мы условились решать только плоскую задачу пластовой гидромеханики.

Порядок изложения материала этой главы будет таков: сначала мы будем решать каждую задачу без учета разности в вязкостях нефти и краевой воды, а затем ту же задачу решим и при учете упомянутого различия в вязкостях.

В данной главе будут разработаны такие вопросы: вывод расчетных формул для дебитов скважин, для времени от начала эксплуатации до момента обводнения скважин, для площади целиков, проведение типовых расчетов для определения наиболее выгодных вариантов расстановки скважин в условиях купольной залежи и т. д.

§ 20. СЛУЧАЙ СИММЕТРИЧНОЙ КОЛЬЦЕВОЙ БАТАРЕИ СКВАЖИН: ФОРМУЛЫ ДЕБИТОВ СКВАЖИН, СКОРОСТЕЙ И ВРЕМЕНИ ДВИЖЕНИЯ ВДОЛЬ ЛИНИЙ ТОКА

Рассмотрим совместную работу группы n скважин, расположенных симметрично вдоль окружности E радиуса h . Эту окружность E будем всегда считать совпадающей с одной из изогипс купольной складки, т. е. concentричной первоначальному круговому контуру нефтеносности A_n радиуса R_n и круговому контуру области питания A_0 радиуса R_0 (рис. 25). Для ясности чертежа

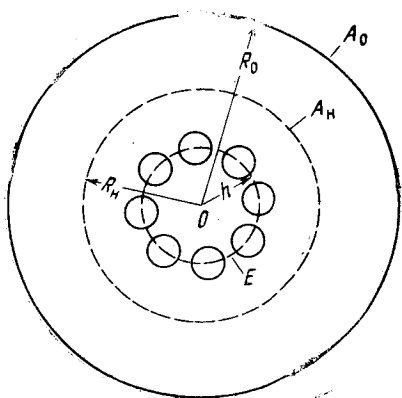


РИС. 25

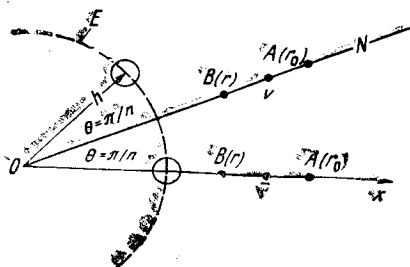


РИС. 26

¹ Правда, в [3] был рассмотрен вопрос несколько упрощенно; мы не учитывали, что благодаря перемещению контура краевой воды от крыльев к своду режим работы скважин может быть неустановившимся, ибо пластовое давление будет уменьшаться. Этот вопрос мы думаем впоследствии подвергнуть доработке в связи с решением пространственной задачи; см. по этому же поводу замечания в предыдущей главе.

на рис. 25 масштаб искажен — скважины, окружность E и контур A_n приведены непропорционально большими. Будем считать, что в скважинах одинакового радиуса R_1 поддерживаются одинаковые противодействия p_1 , так что скважины будут равнодебитными — они одинаковым образом расположены относительно структуры пласта.

При этих условиях в процессе гидродинамического анализа задачи будем считать пласт горизонтальным, но тогда постоянное давление p_0 на контуре области питания A_0 следует считать равным статическому пластовому давлению у забоя скважин. Заметим, что термин контур области питания мы употребляем в том смысле, как это было принято в книге [3]. Разностью в вязкостях воды и нефти будем пока пренебрегать.

Для точного решения задачи следовало бы воспользоваться методом отображения источников-стоков и тогда для дебита каждой из скважин мы получили бы такую формулу — см. формулу (229) книги [3]:

$$q' = \frac{2\pi k (p_0 - p_1)}{\mu \ln \frac{R_0^{2n} - h^{2n}}{nR_0^n h^{n-1} R_1}} \quad (142)$$

Здесь q' — дебит, отнесенный к единице мощности каждой из n скважин при их совместной работе; $(p_0 - p_1)$ — перепад давления, т. е. разность между статическим пластовым давлением у забоя скважины и противодействием на забой работающей скважины; k — проницаемость; μ — вязкость нефти; R_0 — радиус кругового контура области питания A_0 ; R_1 — радиус скважины; h — радиус окружности E , вдоль которой расположены скважины; n — число скважин.

Если k измерять в дарси, μ — в сантипуазах, $(p_0 - p_1)$ — в атмосферах, за единицу мощности пласта принять 1 см, то из формулы (142) дебит q' получится выраженным в $\text{см}^3/\text{с}$. В дальнейшем, при подсчетах по подобного рода формулам, мы дебит q' будем пересчитывать в $\text{м}^3/\text{сут}$ и в этих единицах составлять таблицу дебитов.

При подсчете дебита интерферирующих скважин кольцевой батареи Маскет [2] решал задачу приближенно, пользуясь методом стоков; вместо формулы (142) Маскет получил такую формулу:

$$q' = \frac{2\pi k (p_0 - p_1)}{\mu \ln \frac{R_0^n}{nR_1 h^{n-1}}} \quad (143)$$

Нетрудно видеть, что приближенную формулу (143) можно получить из нашей более точной формулы (142), если в числителе аргумента логарифма последней формулы пренебречь величиной h^n по сравнению с R_0^n ; такое допущение будет тем более

точно, чем больше R_0 по сравнению с h . О степени точности приближенной формулы (143) можно судить по такому числовому примеру.

Пример. При $n=2$, $R_0=10^4 R_1$, $h=10^3 R_1$, т. е. при $R_0=10h$ (это достаточно «неблагоприятный» случай) получим, что результаты подсчетов по формулам (143) и (142) могут отличаться друг от друга не более, чем на одну тысячную долю процента.

На практике мы сталкиваемся со случаями, когда R_0 гораздо больше $10h$, а следовательно, при подсчете дебитов приближенной формулой (143) можно пользоваться, так как она дает более чем достаточную точность. Этой формулой мы и будем пользоваться, ибо ей, к тому же, соответствует более простая характеристическая функция потока $F(z)$ (см. главу III), с которой нам нужно оперировать при подсчетах времени; именно:

$$F(z) = -\frac{q'}{2\pi} \ln(z^n - h^n). \quad (144)$$

Как показывает формула (90), для подсчетов времени и определения законов движения вдоль линий тока необходимо вычислить соответствующий криволинейный интеграл.

Заметим, что при симметричном расположении скважин на окружности E в семействе линий тока найдется две группы прямых линий, сходящихся радиально к центру O окружности E ; именно: n прямых линий тока будут проходить через центры n скважин — эти линии тока назовем главными — и n прямых линий тока будут проходить через середины отрезков, соединяющих центры скважин. Последняя группа прямых линий тока будет представлять собой группу водораздельных или нейтральных линий, отделяющих друг от друга потоки жидкости к разным скважинам. Как мы сейчас увидим, подсчет времени движения вдоль главных и нейтральных линий тока производится весьма просто.

Проведем ось x (полярную ось) через центр любой из скважин, т. е. вдоль главной линии тока; за полюс примем центр O той окружности E , вдоль которой симметрично располагаются центры n скважин; на рис. 26 показаны две соседние из n скважин. Отсчитывая полярные углы θ от оси x , уравнение главной линии тока Ox будет таково:

$$\theta = 0, \quad (145)$$

а уравнение нейтральной линии тока ON :

$$\theta = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{n} = \frac{\pi}{n}. \quad (146)$$

Определим законы движения вдоль главной и нейтральной линий тока. Из формулы (144) найдем:

$$\frac{dF}{dz} = \frac{q'n}{2\pi} \frac{z^{n-1}}{z^n - h^n}. \quad (147)$$

В полярных координатах:

$$z = r e^{i\theta}, \quad (148)$$

а потому для линий $\theta = \text{const}$ получим:

$$d\tilde{z} = \bar{e}^{i\theta} dr. \quad (149)$$

Таким образом, для прямых линий тока время движения, согласно формулам (90), (146) — (149), найдется так:

$$t = -\frac{2\pi m}{nq'} \int_{r_0}^r \frac{r^n - h^n \bar{e}^{in\theta}}{r^{n-1}} dr, \quad (150)$$

где r_0 и r — радиусы-векторы начальной и конечной точек того отрезка прямой линии тока, которому соответствует интервал времени t .

Назовем время движения по главной линии тока Ox через t_x ; тогда из формул (145) и (150) найдем при условии, что $n > 2$:

$$t_x = \frac{\pi m}{nq'} \left[(r_0^2 - r^2) - \frac{2h^n}{n-2} \left(\frac{1}{r^{n-2}} - \frac{1}{r_0^{n-2}} \right) \right]. \quad (151)$$

Чтобы найти время $\bar{t}_x$ движения по этой линии тока до скважины, следует в формуле (151) вместо r подставить h :

$$\bar{t}_x = \frac{\pi m}{nq'} \left[(r_0^2 - h^2) - \frac{2h^n}{n-2} \left(\frac{1}{h^{n-2}} - \frac{1}{r_0^{n-2}} \right) \right]. \quad (152)$$

Назовем время движения по нейтральной линии ON через t_N ; тогда из формул (146) и (150), замечая, что $\bar{e}^{i\pi} = 1$, найдем опять-таки для случая $n > 2$:

$$\bar{t}_N = \frac{\pi m}{nq'} \left[(r_0^2 - r^2) - \frac{2h^n}{n-2} \left(\frac{1}{r^{n-2}} - \frac{1}{r_0^{n-2}} \right) \right]. \quad (153)$$

Положим в этой формуле $r = h$; тогда найдем то время $\bar{t}_N$, которое затратит частица жидкости, движущаяся по нейтральной линии, чтобы пройти путь от некоторой начальной точки A до окружности E радиуса h :

$$\bar{t}_N = \frac{\pi m}{nq'} \left[(r_0^2 - h^2) + \frac{2h^n}{n-2} \left(\frac{1}{h^{n-2}} - \frac{1}{r_0^{n-2}} \right) \right]. \quad (154)$$

Поскольку ось x мы провели через центр любой из n симметрично расположенных скважин, постольку формулы (151) — (154) справедливы для любой из n главных линий тока и для любой из n нейтральных линий тока.

Определим теперь скорости движения вдоль главной и нейтральной линий тока.

Модуль скорости фильтрации при движении жидкости вдоль любой линии тока, согласно формулам (85 а) и (147), будет таков:

$$v = \left| \frac{dF}{dz} \right| = \frac{nq'}{2\pi} \left| \frac{z^{n-1}}{z^n - h^n} \right|. \quad (155)$$

Подставляя сюда вместо z его значение из формулы (148) и замечая, что для главной линии тока $\theta=0$, найдем:

$$v = \frac{nq'}{2\pi} \frac{r^{n-1}}{r^n - h^n}. \quad (156)$$

Формула (156) определяет модуль скорости фильтрации в любой точке главной линии тока вне окружности E , т. е. при $r > h$; легко видеть, что по мере приближения к скважине, т. е. при $r \rightarrow h$, скорость движения возрастает.

Для точек на главной линии тока внутри окружности E (при $r < h$), получим:

$$v = \frac{nq'}{2\pi} \frac{r^{n-1}}{h^n - r^n}. \quad (157)$$

Из этой формулы также видим, что при $r \rightarrow h$ модуль скорости возрастает; при $r=0$ имеем $v=0$, т. е. центр окружности E оказывается точкой равновесия. Итак, вдоль главной линии тока частицы жидкости движутся к скважине (с обеих сторон) ускоренно¹.

Подставляя в формулу (155) значение z из формулы (148) и замечая, что для нейтральной линии тока $\theta=\pi/n$, найдем:

$$v = \frac{nq'}{2\pi} \frac{r^{n-1}}{r^n + h^n}. \quad (158)$$

Получили формулу модуля скорости вдоль нейтральной линии тока; для исследования ее экстремума, составим производную:

$$\frac{dv}{dr} = \frac{nq'}{2\pi} \frac{r^{n-2}[(n-1)h^n - r^n]}{(r^n + h^n)^2}. \quad (159)$$

Следовательно,

$$\frac{dv}{dr} > 0, \text{ если } (n-1)h^n > r^n, \quad \frac{dv}{dr} = 0, \text{ если } (n-1)h^n = r^n,$$

$$\frac{dv}{dr} < 0, \text{ если } (n-1)h^n < r^n, \quad \frac{dv}{dr} = 0, \text{ если } r = 0.$$

Отсюда видим, что скорость частицы жидкости, движущейся к центру вдоль нейтральной линии тока из удаленных частей пласта в направлении к скважинам, сначала возрастает, достигает своего максимума при

$$r = r_{кр} = \sqrt[n]{(n-1)h}, \quad (160)$$

где через $r_{кр}$ обозначено критическое значение радиуса-вектора, отвечающее максимуму модуля скорости вдоль нейтральной линии тока. Затем скорость начинает убывать и в точке равновесия обращается в нуль.

¹ С помощью формулы (85) можно было бы исследовать не только модуль скорости, но и знаки проекцией скорости.

В частном случае, при $n=2$, из формулы (160) получаем $r_{кр} = h$ — к такому же результату мы пришли в § 17 главы III. Итак, нашли весьма простую формулу (160), определяющую положение точки, отвечающей максимуму скорости вдоль нейтральной линии тока, при любом числе n скважин, симметрично расположенных на окружности радиуса h .

Эту максимальную скорость $v_{\max}$ на нейтральной линии тока мы получим, если в формулу (158) вместо r подставим его значение $r_{кр}$ из формулы (160):

$$v_{\max} = \sqrt[n]{(n-1)^{n-1}} \frac{q'}{2\pi h}. \quad (158 a)$$

§ 21. ЗАВИСИМОСТЬ СУММАРНОГО ДЕБИТА СКВАЖИН КОЛЬЦЕВОЙ БАТАРЕИ ОТ ИХ ЧИСЛА И СТЕПЕНИ УПЛОТНЕНИЯ. СЛУЧАЙ КОЛЬЦЕВОЙ ДРЕНАЖНОЙ ГАЛЕРЕИ

Предположим, что вдоль окружности E радиуса h симметрично расположено либо 4, либо 6, либо 8, либо большее число скважин.

Можно представить, что мы имеем кольцевую батарею скважин, расположенных вдоль одной из изогипс правильной купольной складки; окружность E концентрична круговому контуру области питания A_0 радиуса R_0 (см. рис. 25). Поставим перед собой задачу: проследить за ростом суммарного дебита скважин с увеличением их числа; для этого выведем несколько формул.

Суммарный дебит четырех равнодебитных скважин при их совместной работе обозначим через Q_{c4} , шести скважин — Q_{c6} и т. д.; те же суммарные дебиты, но на единицу мощности пласта (см. главу III, § 13, п. V) через q'_{c4} , q'_{c6} и т. д. Суммарный дебит n скважин определится с помощью формулы (143):

$$Q'_{cn} = bq'_{cn} = n \frac{2\pi kb(p_0 - p_1)}{\mu \ln \frac{R_0^n}{nR_1 h^{n-1}}}, \quad (161)$$

где b — мощность пласта, а остальные обозначения те же, что в § 20. Будем сравнивать дебит Q'_{cn} с дебитом Q'_{c4} , так что интересующая нас расчетная формула будет такова:

$$\frac{Q'_{cn}}{Q'_{c4}} = \frac{n}{4} \frac{\lg \frac{R_0^4}{4h^3 R_1}}{\lg \frac{R_0^n}{nh^{n-1} R_1}}. \quad (162)$$

Заметим, что в формулу (162) входит только отношение логарифмов, поэтому-то мы здесь смогли отношение натуральных логарифмов заменить отношением десятичных логарифмов.

Зададим теперь себе такой вопрос: как изменится суммарный дебит скважин, если мы будем неограниченно увеличивать число

скважин на окружности E и, в пределе, от группы n отдельных скважин перейдем к сплошной кольцевой дренажной галерее радиуса h ? Конечно, для нефтепромысловой практики подобный вопрос имеет лишь чисто теоретический интерес, хотя его решение, как мы дальше увидим, очень дополняет картину зависимости суммарного дебита скважин от их числа; для гидрогеологии вопрос сопоставления кольцевой батареи отдельных скважин со сплошной дренажной галереей имеет более реальный интерес.

Назовем тот предел, к которому стремится дебит Q'_{cn} при неограниченном увеличении числа n скважин на окружности E , через Q_k :

$$Q_k = \lim_{n \rightarrow \infty} Q'_{cn}. \quad (163)$$

Итак, Q_k есть дебит сплошной кольцевой галереи. Преобразуя формулу (161) к виду

$$Q'_{cn} = \frac{2\pi bk (p_0 - p_1)}{\mu \left[\ln \frac{R_0}{h} + \frac{1}{n} \ln \left(\frac{1}{n} \frac{h}{R_1} \right) \right]}$$

и переходя к пределу при $n \rightarrow \infty$, согласно формуле (163), получим:

$$Q_k = \frac{2\pi kb (p_0 - p_1)}{\mu \ln \frac{R_0}{h}}. \quad (164)$$

Заметим, что этот же результат мы бы получили, если бы исходили не из приближенной формулы (143), а из точной (142). Таким образом, формула (164) дает точное значение для дебита кольцевой дренажной галереи радиуса h , концентричной круговому контуру питания A_0 (рис. 27). Формула (164) тотчас же получается и из формулы (101) Дюпюи, если в последней заметить R_1 через h ; это понятно, ибо и в том, и в другом случае мы имеем дело с радиальным притоком жидкости.

В условиях водонапорного режима и при условии, что динамический уровень жидкости в кольцевой галерее выше кровли продуктивного пласта, галерея будет отсасывать жидкость только из области, лежащей вне галереи — между окружностями E и A_0 .

Ширина галереи, т. е. разность между внешним и внутренним ее радиусами — радиусами окружности E и E' , не имеет никакого значения; в частности, радиус окружности E' мог бы быть равен нулю, т. е. если бы даже (мы говорим только о теоретическом возможном случае) мы имели цилиндрический котлован радиуса h дебит Q_k определялся бы той же формулой (164). При указанном условии относительно положения динамического уровня в дренажной галерее жидкость во внутренней части пласта, ограниченной окружностью E' , будет находиться вся под одним и тем же давлением p_1 , равным давлению на контуре E' , т. е. равным

РИС. 27

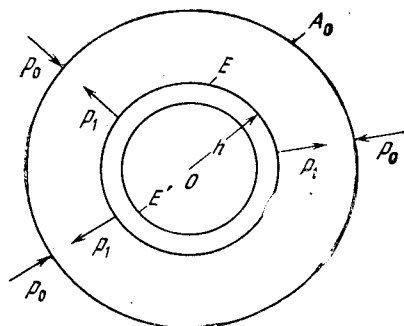
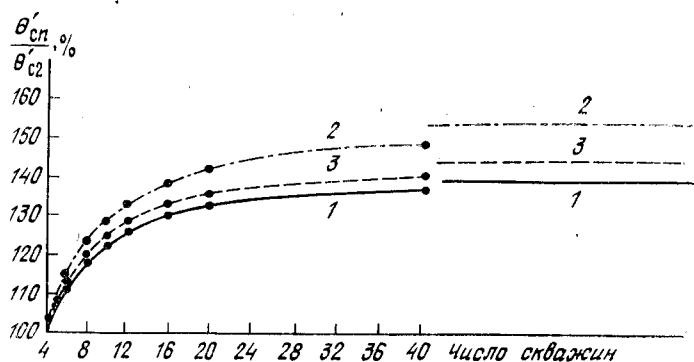


РИС. 28



противодавлению в кольцевой галерее. Величина p_1 определяется высотой динамического уровня в галерее; жидкость в пласте внутри E' будет находиться в покое. Это вполне ясно из физических соображений и легко объясняется математически с помощью свойства гармонических функций; функция гармоническая внутри односвязной области и принимающая на контуре постоянное значение остается постоянной всюду внутри области; пластовое давление, в условиях нашей задачи, как раз и является гармонической функцией координат точки, а область внутри контура E' — односвязной областью.

Не требует особых доказательств справедливость формул (102)—(104) для случая радиального притока жидкости к кольцевой дренажной галерее; нужно только в этих формулах радиус скважины R_1 заменить внешним радиусом кольцевой галереи h . Так, например, время движения жидкости к кольцевой галерее, согласно формуле (102), представится так:

$$t = \frac{m \mu (r_0^2 - r^2)}{2k (p_0 - p_1)} \ln \frac{R_0}{h}. \quad (165)$$

Формула (100) применима к данному случаю без всякого изменения своего внешнего вида.

Чтобы узнать во сколько раз суммарный дебит n скважин, расположенных симметрично вдоль окружности E (см. рис. 25), меньше дебита кольцевой дренажной галереи с тем же внешним радиусом и при том же перепаде давления (см. рис. 27), составим такое отношение—см. формулы (161) и (164):

$$\frac{Q'_{cn}}{Q'_k} = n \frac{\lg \frac{R_0}{h}}{\lg \frac{R_0^n}{nh^{n-1}R_1}}. \quad (166)$$

Формулы (162) и (166) вполне позволяют проследить за изменением суммарного дебита кольцевой батареи скважин с изменением их числа. Для ясности рассмотрим несколько примеров, таблиц и графиков.

Пример I. Положим, что $h=200$ м, $R_1=10$ см, $R_0=10$ км. В табл. 11 дано отношение дебитов, определенное по формулам (162) и (166).

Таблица 11

Дебит, %	Число скважин n									
	4	6	8	10	12	16	20	40	100	∞
$\frac{Q'_{cn}}{Q'_{c4}}$	100	112	119	123	126	130	132	136	139	140
$\frac{Q'_{cn}}{Q_k}$	72	80	85	88	90	93	94,4	98	99	100

На рис. 28 кривая 1 построена на основании данных первой строки табл. 11, т. е. кривая 1 характеризует график изменения дебита Q'_{cn} , выраженного в процентах по отношению к суммарному дебиту четырех скважин Q'_{c4} .

Пример II. Берем тот же случай, что и в примере I, но только положим $h=400$ м; остальные величины и обозначения оставим те же самые.

Результаты подсчетов по формулам (162) и (166) сведены в табл. 12, первой строке которой соответствует кривая 2 рис. 28.

Таблица 12

Дебит, %	Число скважин n									
	4	6	8	10	12	16	20	40	100	∞
$\frac{Q'_{cn}}{Q'_{c4}}$	100	115	124	130	133,5	138	142	148	152	154
$\frac{Q'_{cn}}{Q_k}$	65	75	80	84	87	90	92	96	99	100

Пример III. Пусть $h=400$ м, $R_1=10$ см, $R_0=20$ км (тот же случай, что и в примере II, но только $R_0=20$ км).

Результаты подсчетов по формулам (162) и (166) сведены в табл. 13, показывающую рост суммарного дебита скважин с увеличением их числа; первой строке этой таблицы соответствует кривая 3 рис. 28.

В последней графе каждой из табл. 11—13 указан тот предел, к которому должен стремиться суммарный дебит скважин при неограниченном увеличении их числа.

Таблица 13

Дебит, %	Число скважин n									
	4	6	8	10	12	16	20	40	100	∞
$\frac{Q'_{cn}}{Q'_{c4}}$	100	113	120	125	128	132	135	140	142	144
$\frac{Q'_{cn}}{Q_k}$	70	78	83	87	89	92	94	97	99	100

Следовательно, данные табл. 11—13 определяют положение асимптот каждой из кривых рис. 28. Асимптота, соответствующая кривой 1, дана сплошной прямой линией; кривой 2 штрих-пунктирной и кривой 3 — штриховой линией.

Рассматривая табл. 11—13 и графики рис. 28, замечаем следующее.

1. С увеличением числа скважин вдоль одной и той же окружности их суммарный дебит возрастает, но рост этого дебита далеко не пропорционален увеличению числа скважин. Эффект интерференции скважин приводит к тому, что при увеличении числа скважин от 4 до 20 суммарный дебит возрастает не в 5 раз, т. е. не на 500 %, а только на 32—35—42 %. Мало того, при тех условиях, которые соответствуют табл. 12, уже дебит 8 скважин составляет 80 % от дебита неограниченно большого числа скважин, расположенных вдоль окружности E , т. е. 80 % от дебита сплошной дренажной кольцевой галереи; дебит 16 скважин составляет 90 % от дебита галереи и т. д. Отсюда следует такой вывод: увеличение числа скважин кольцевой батареи, эксплуатирующей купольную залежь, сверх определенного предела явно невыгодно. Предел этот, как видно из табл. 11—13, соответствует сравнительно небольшому числу скважин; мы дальше это уточним и покажем, что при средней проницаемости пласта и при размерах контура нефтеносности порядка 500—1000 м достаточно 4—8 скважин для эксплуатации купольной залежи.

2. Темпы роста суммарного дебита с увеличением числа скважин уменьшаются; согласно табл. 13 (см. также кривую 3 на рис. 28) увеличение числа скважин с 4 до 8 дает прибавку в дебите на 20 %, увеличение же числа скважин с 16 до 20 дает прибавку к дебиту только на 3 %.

3. Темп роста суммарного дебита зависит не только от числа скважин, но и от радиуса h той окружности E , вдоль которой симметричной батареей располагаются эти скважины. Меняя радиус с 200 до 400 м, переходим от кривой 1 к кривой 2 рис. 28, т. е. увеличение радиуса h приводит к более интенсивному росту дебита, ибо расстояние между скважинами при одном и том же их числе растет с увеличением радиуса h ; кривая 2 лежит всюду выше кривой 1.

4. Чем больше размеры пластовой водонапорной системы, т. е. чем больше R_0 , тем сильнее скважины взаимодействуют друг с другом, тем менее интенсивен рост суммарного дебита скважин при увеличении их числа: кривая 3, соответствующая радиусу $R_0 = 20$ км, лежит всюду ниже кривой 2, соответствующей $R_0 = 10$ км.

5. Кривая 2 значительно сильнее отличается от кривой 1, чем от кривой 3, т. е. изменение вдвое величины h значительно сильнее влияет на темпы роста суммарного дебита, чем изменение во столько же раз радиуса R_0 . Величина R_0 практически никогда не бывает известна точно, но ошибки в ее определении (даже, если они достигают 100 %) мало влияют на подсчеты темпов роста суммарного дебита скважин при увеличении их числа.

6. Заметим так же, что с увеличением вдвое радиуса h возрастают темпы роста суммарного дебита не вдвое, а значительно меньше.

До сих пор мы изучали зависимость суммарного дебита скважин кольцевой батареи от их числа. Теперь выясним другой вопрос: какова зависимость суммарного дебита скважин кольцевой батареи при одном и том же их числе от радиуса h той окружности E , вдоль которой располагаются скважины?

Пусть вдоль окружности E радиуса h (см. рис. 25) расположено симметрично 8 скважин; суммарный дебит этих скважин при их совместной работе обозначим через Q'_c . Чтобы выяснить: как изменяется Q'_c с изменением радиуса h , т. е. расстояния между скважинами, будем сравнивать Q'_c при разных значениях h с Q'_c , соответствующей значению $h = 200$ м. Величину Q'_c суммарного дебита 8 скважин, соответствующую $h = 200$ м, отметим через Q'_{c0} . Расчетную формулу легко вывести из формулы (161), получим:

$$\frac{Q'_c}{Q'_{c0}} = \frac{\lg \left[\frac{1}{8} \left(\frac{R_0}{200} \right)^7 \frac{R_0}{R_1} \right]}{\lg \left[\frac{1}{8} \left(\frac{R_0}{h} \right)^7 \frac{R_0}{R_1} \right]}. \quad (167)$$

Здесь радиус R_0 контура области питания, радиус R_1 скважины и радиус h той окружности E , вдоль которой расположены 8 скважин, следует выражать в метрах.

Пример IV. Положим $R_0=10^4$ м, $R_1=0,1$ м и будем в формуле (167) изменять величину h . Выражая отношение дебита $Q'_{\text{св}}$ к $Q_{\text{св}}$ в процентах, результаты подсчетов по формуле (167) сведем в табл. 14, которая позволяет проследить за ростом суммарного дебита скважин с изменением радиуса h кольцевой батареи.

Таблица 14

Дебит, %	h , м						
	200	300	400	500	600	700	800
$\frac{Q'_{\text{св}}}{Q_{\text{св}}}$	100	108,4	115,2	121,1	126,4	131,3	135,8

Пример V. Табл. 15 составлена по той же формуле (167) и для тех же данных, что и табл. 14, за исключением того, что при подсчете данных табл. 15 было принято $R_0=2 \cdot 10^4$ м.

Таблица 15

Дебит, %	h , м						
	200	300	400	500	600	700	800
$\frac{Q'_{\text{св}}}{Q_{\text{св}}}$	100	107,2	112,9	117,8	122,2	126,1	129,7

На рис. 29 построены графики изменения суммарного дебита скважин с изменением радиуса h кольцевой батареи, т. е. с изменением расстояния между скважинами; кривая 1 рис. 29 соответствует табл. 14, т. е. $R_0=10$ км, а кривая 2 — табл. 15, т. е. $R_0=20$ км. Кривые 1 и 2 имеют малую кривизну, сравнительно, например, с кривыми рис. 28. Следовательно, темп роста (именно темп роста, но не сам суммарный дебит) изменяется медленно с возрастанием величины h .

Кривая 1 рис. 29 отличается от кривой 2 очень мало — это вполне согласуется с предыдущими выводами (см. п. 5) о сравнительно незначительном влиянии размеров пластовой водонапорной системы на дебит скважин.

Из табл. 14 и 15 и из графиков рис. 29 видно, что суммарный дебит одного и того же числа скважин растет, хотя и не очень интенсивно, с увеличением радиуса h кольцевой батареи. Несколько более заметного роста суммарного дебита можно было бы добиться, если бы на окружности E большего радиуса ставить и соответственно большее число скважин. Однако отсюда совсем нельзя сделать

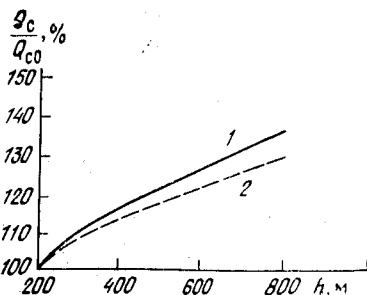


РИС. 29

вывод о выгодности расстановки скважин подальше от центра нефтяной залежи. Ведь удаляя скважины от центра, мы, тем самым, приближаем их к контуру нефтеносности, т. е. сокращаем срок их жизни до обводнения; мало того, при большом радиусе h окружности E , внутри этой окружности после обводнения скважин остается еще большая нефтеносная площадь. Оставшуюся нефть придется отбирать скважинами, поставленными в самом центре залежи, а они, благодаря большому эффекту интерференции, не смогут обеспечить достаточно быстрого окончания эксплуатации всей залежи; о подобных темпах эксплуатации было отмечено в конце § 15. Располагать же несколько кольцевых батарей скважин последовательно от периферии к центру небольшой купольной залежи, вообще говоря, невыгодно, ибо большое число скважин бурится на слишком малый срок их жизни до обводнения — это известный недостаток последовательно проводимой системы разработки «от периферии к своду».

Указать наиболее выгодное число скважин в кольцевой батарее и наиболее выгодные расстояния между скважинами, т. е. указать размеры радиуса h кольцевой батареи, можно будет только после исследования характера стягивания контура нефтеносности¹.

§ 22 ХАРАКТЕР СЯГИВАНИЯ «КОНТУРА НЕФТЕНОСНОСТИ» К СИММЕТРИЧНОЙ КОЛЬЦЕВОЙ БАТАРЕЕ СКВАЖИН

При изучении характера стягивания контура нефтеносности будем предполагать, что первоначальный контур нефтеносности имеет форму окружности, концентричной кольцевой батарее скважин. Подобное предположение вполне сообразно случаю правильной купольной залежи, в которой первоначальный контур нефтеносности, как уже было упомянуто, обычно располагается вдоль одной из круговых изогипс; для более равномерного стягивания этого контура вполне естественно скважины расположить симметричной кольцевой батареей так же вдоль одной из круговых изогипс (см. рис. 25).

Термин «контур нефтеносности» в заглавии этого параграфа мы поставили в кавычках по тем же причинам, какие были указаны в § 16; именно: мы пока будем решать задачу, пренебрегая разностью в вязкостях нефти и краевой воды.

Сравним движения вдоль наиболее характерных линий тока — главной и нейтральной (см. § 20). Вдоль главной линии тока мы можем ожидать наиболее быстрого продвижения точек контура нефтеносности; к скважине дойдет первая частица воды, ведя за собой «язык обводнения»; наоборот, вдоль нейтральной линии тока движение точек контура нефтеносности будет происходить наиболее медленно.

¹ В этом параграфе мы использовали содержание нашей статьи [4].

Из этого алгебраического уравнения степени n можно определить r' в функции h и R_n . Конечно, не для всех значений n уравнение (168) можно разрешить в радикалах. Оно может быть сведено к уравнению не выше четвертой степени, и тем самым разрешено в радикалах, в таких случаях $n=3$, $n=4$, $n=6$, $n=8$.

Для любого другого числа скважин n уравнение (168) можно решить каким-либо из известных приближенных способов; для случая $n=2$ уравнение (168) несправедливо, ибо формулы (152) и (153) выведены только для $n>2$. Случай двух скважин мы подробно исследовали в главе III.

Исследуя уравнение (168), можно убедиться в том, что величина r'/h возрастает (по мере увеличения R_n) по сравнению с h . Это означает, что чем больше радиус R_n первоначального контура нефтеносности A_n по сравнению с радиусом h кольцевой батареи скважин, тем больше точки контура нефтеносности, движущиеся вдоль нейтральной линии, будут отставать от точек контура нефтеносности, движущихся вдоль главной линии тока. Наибольшее отставание, т. е. наиболее сильно выраженный язык обводнения, мы получим в том предельном случае, когда $R_n=\infty$. Конечно, подобный случай возможен лишь теоретически, но нам его все же интересно исследовать, дабы знать картину наиболее неблагоприятного, в смысле неравномерности, стягивания контура нефтеносности.

Положив в уравнении (168), что $R_n=\infty$, получим:

$$\left(\frac{r'}{h}\right)^n - \frac{n}{n-2} \left(\frac{r'}{h}\right)^{n-2} - \frac{2}{n-2} = 0. \quad (169)$$

Решим уравнение (169) в нескольких частных случаях.

При $n=3$ уравнение (169) сводится к кубическому уравнению, левую часть которого легко разложить на множители и представить так:

$$\left(\frac{r'}{h} + 1\right)^2 \left(\frac{r'}{h} - 2\right) = 0.$$

Отсюда получаем медицинское физически возможное решение:

$$r' = 2h. \quad (170)$$

При $n=4$ уравнение (169) сводится к биквадратному уравнению; решая его, найдем:

$$r' = \sqrt[4]{1 + \sqrt{2}} h \cong 1,55h. \quad (171)$$

При $n=6$ уравнение (169) сводится к кубическому уравнению, решая которое по способу Гудде, получим такую формулу для корня нашего кубического уравнения (см., например, книгу А. К. Сушкевича «Основы высшей алгебры»):

$$\frac{r'}{h} = \frac{\sqrt[3]{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{3 - 2\sqrt{2}} + 1}{2}$$

или

$$r' \cong 1,3h. \quad (172)$$

При $n=8$ уравнение (169) сводится к уравнению четвертой степени, решая которое (при решении был использован приближенный метод Лагранжа), получим:

$$r' \cong 1,2h. \quad (173)$$

Итак, формулы (170)—(173) показывают до какой точки B , отстоящей от центра пласта на расстоянии $r' > h$ (см. рис. 30) дойдет контур нефтеносности по нейтральной линии тока в тот момент, когда вдоль главной линии тока начинается обводнение скважины, т. е. когда вдоль главной линии тока контур нефтеносности приближается к центру пласта на расстояние h . Форма контура нефтеносности в момент обводнения кольцевой батареи для случая 3, 4, 6, 8 скважин указана на рис. 31—34; радиус-вектор r' наиболее удаленных точек контура нефтеносности в момент обводнения скважин подсчитан по формулам (170)—(173).

Согласно тому замечанию, которое было сделано перед выводом формулы (169), мы можем утверждать, что на рис. 31—34 представлен наиболее невыгодный случай стягивания контура нефтеносности — при наиболее интенсивном развитии языка обводнения вдоль главной линии тока и наиболее сильном отставании точек контура нефтеносности вдоль нейтральной линии тока. Этот случай, возможный только теоретически¹, получается тогда, когда радиус R_n первоначального контура нефтеносности бесконечно велик. В любом практически возможном случае, когда

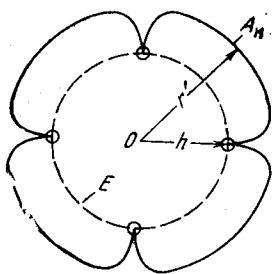


РИС. 32

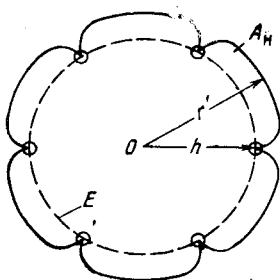


РИС. 33

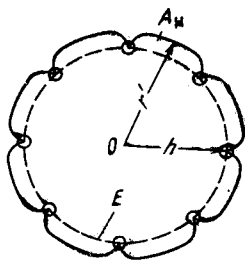


РИС. 34

¹ В данной нашей работе мы пользуемся гидродинамическим методом стоков. Этот метод допускает предположение о неограниченности пласта, т. е. о неограниченности гидродинамического поля. Такого рода предположение допустимо, впрочем, только ограничиваясь чисто кинематическими вопросами. При строгом динамическом решении задачи предположение о притоке из бесконечно удаленных точек пласта было бы недопустимо — см. по этому поводу критику метода стоков в книге [3]. В этой книге мы пользовались методом отображения источников-стоков; последний метод дал возможность точно решать задачи для пластов конечных размеров, ограниченных определенным контуром области питания.

радиус R_n , хотя и больше h , но все же имеет конечные размеры, контур нефтеносности будет стягиваться несколько равномернее, чем показано на рис. 31—34 (строго говоря, подобное утверждение справедливо лишь постольку, поскольку мы в обоих случаях при $R_n = \infty$ и R_n конечном пренебрегаем разностью в вязкостях нефти и краевой воды; на самом деле, если учесть разность в вязкостях нефти и краевой воды, то даже при конечном значении радиуса R_n контур нефтеносности может стягиваться еще более неравномерно, чем как показано на рис. 31—34; к этому вопросу мы еще в дальнейшем вернемся). Однако следует отметить, что в практически интересном диапазоне значений отношения R_n к h картина стягивания контура нефтеносности будет почти такая же, какая отвечает формулам (169)—(173) и рис. 31—34.

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Берем случай четырех скважин. Пусть радиус первоначального кругового контура нефтеносности A_n в десять раз больше радиуса той окружности E , вдоль которой расположена симметричная кольцевая батарея скважин (см. рис. 30), т. е. $R_n = 10h$. Пользуясь формулой (168), мы получим:

$$r' = 1,55 h,$$

т. е. в данном случае результат нашего подсчета, с точностью до второго десятичного знака, совпал с формулой (171), выведенной для $R_n = \infty$.

Пример II. Условия остаются те же, что и в предыдущем примере, но только теперь пусть $R_n = 5h$. Подставляя это значение в формулу (168), получим

$$r' = 1,54 h.$$

Подобная близость результатов подсчетов в приведенных примерах с соответственным результатом для случая $R_n = \infty$ свидетельствует о том, что если в любом отдалении от центра пласта первоначальный контур нефтеносности имел круговую форму (мы рассмотрели широкий диапазон расстояний контура нефтеносности от центра пласта — в пределах от $R_n = 5h$ до $R_n = \infty$), то правильная круговая форма стягивающегося контура нефтеносности нарушается лишь вблизи скважин. На расстояниях $5h$ и $10h$ от центра пласта, как показывают примеры I и II, заметить нарушение в круговой форме стягивающегося контура нефтеносности почти невозможно.

Для еще большей убедительности этого вывода рассмотрим такие два примера.

Пример III. Как и в примере I берем опять 4 скважины на окружности E радиуса h (см. рис. 30). Пусть радиус первоначального кругового контура нефтеносности A_n будет $R_n = 10h$. Пусть через интервал времени t_x контур нефтеносности находится от центра пласта O на расстоянии $r = 2h$, измеряя это расстояние вдоль главной линии тока. Спрашивается: на каком расстоянии r очутится контур нефтеносности от центра пласта на нейтральной линии тока к концу того же интервала времени t_x ?

Для ответа на этот вопрос нужно в формуле (161) положить $r_0 = R_n = 10h$, $r = 2h$; в формуле (153) следует положить $r_0 = 10h$, $r = r'$. Найденное из формулы (151) значение t_x нужно подставить вместо t_N в формулу (153); получим в итоге биквадратное уравнение с одним неизвестным r' , решив которое, найдем:

$$r' = 2,11 h.$$

Пример IV. Условия те же, что и в примере III, но только $R_n = 5h$. В итоге, идя тем же путем, найдем:

$$r' = 2,09 h.$$

Итак, если к концу интервала времени t_x стягивающийся контур нефтеносности оказывается на главной линии тока на расстоянии $2h$ от центра пласта O , то тот же стягивающийся контур на нейтральной линии тока оказывается от центра пласта в тот же момент времени на расстоянии $2,09h$ или $2,11h$, соответственно, в условиях примеров IV или III.

Отставание порядка $0,09h$ или $0,11h$ контура нефтеносности на нейтральной линии тока составляет примерно 5% по отношению к расстоянию $2h$ от центра пласта до контура нефтеносности на главной линии тока, что и подтверждает сделанные выше замечания.

Заметим, что к моменту обводнения четырех скважин отставание контура нефтеносности вдоль нейтральной линии тока составляет, как показывает формула (171), 55% от расстояния h того же контура нефтеносности до центра пласта вдоль главной линии тока. Для большего числа скважин это отставание еще меньше; например, для 8 скважин оно составляет, как показывает формула (173), не более 20%.

Следовательно, отставание контура нефтеносности вдоль нейтральной линии тока, т. е. нарушение его первоначально круговой формы, происходит, главным образом, в той области пласта, точки которой удалены от центра пласта O (см. рис. 25) не больше, чем на расстояние $2h$, т. е. на расстояние h от скважины кольцевой батареи. Для большего числа скважин точки этой области лежат к скважинам еще ближе. Поэтому вполне допустимо сделать такое предположение: при анализе стягивания контура нефтеносности к кольцевой батарее скважин можно ее мысленно заменить или одной скважиной, дебит которой равен дебиту всех скважин кольцевой батареи и которая расположена в центре пласта, или кольцевую батарею скважин мысленно заменить равнодебитной ее кольцевой галереей того же радиуса h , что и радиус окружности E (см. рис. 25, 27, 30). Подобное предположение допустимо сделать не только при анализе формы стягивающегося контура нефтеносности во всех частях пласта, за исключением ближайшей окрестности скважин, но и, с еще большей точностью, при подсчете времени стягивания этого контура вплоть до момента обводнения скважин.

Пример V. Сравним такие подсчеты времени: определим по формуле (151) время t_x стягивания контура нефтеносности вдоль главной линии тока, по формуле (153) время t_N стягивания контура нефтеносности вдоль нейтральной линии тока; по формуле (100) время t'_1 движения частицы жидкости вдоль радиуса к одной скважине с дебитом, равным дебиту всех скважин кольцевой батареи.

Итак, в формулах (151) и (153) положим $r_0 = R_n$, $n=4$; в формуле (100) положим $r_0 = R_n$, $q=4q'$; таким образом, мы сравниваем работу кольцевой батареи из четырех скважин с работой одной скважины, расположенной в центре пласта O . Результаты подсчетов времени по формулам (100), (151) и (153) сведены в табл. 16 для различных значений R_n и g .

Таблица 16

$\frac{R_n}{h}$	$\frac{r}{h}$	$\frac{t_x}{t'_1}$, %	$\frac{t_N}{t'_1}$, %
10	1,8	99,7	100,3
10	1,5	99,6	100,4
10	1	99	101
5	1,8	98,8	101,2

Табл. 16 показывает: с какой высокой степенью точности оправдывается высказанное нами предположение о возможности замены одной центральной скважиной группы скважин кольцевой батареей при анализе стягивания контура нефтеносности.

Особенно это касается подсчетов времени — оказывается, мы можем вместо формул (151)—(154) использовать более простую формулу (100).

Данные табл. 16 определены для случая четырех скважин; конечно, для большего числа скважин наше предположение будет оправдываться еще лучше, ибо контур нефтеносности, как показывают рис. 31—34, будет стягиваться тем более равномерно, чем большее число скважин симметрично расположено вдоль окружности.

§ 23. МЕТОД ПОДСЧЕТА СУММАРНОЙ ДОБЫЧИ ИЗ СКВАЖИН КОЛЬЦЕВОЙ БАТАРЕИ К МОМЕНТУ ИХ ОБВОДНЕНИЯ

Расчет и здесь пока будем проводить, пренебрегая разностью в вязкостях воды и нефти. Добычу и суммарный дебит скважин будем относить к единице мощности пласта.

Суммарный дебит n скважин симметричной кольцевой батареи, согласно формулам (143) и (161), представляется так:

$$q'_{cn} = n \frac{2\pi k (p_0 - p_1)}{\mu \ln \frac{R_0^n}{nR_1 h^{n-1}}} = nq'. \quad (174)$$

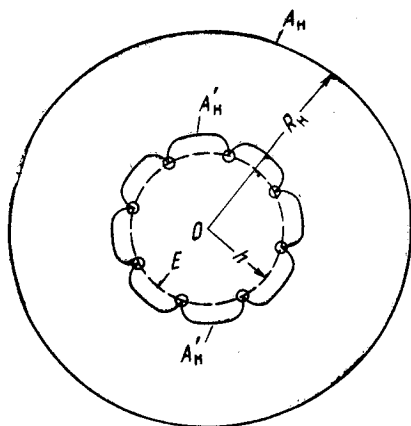


РИС. 35

Таблица 17

Число скважин n	$\frac{h}{R_n}$	$\frac{\sigma'_ц}{\sigma_E}$	$\frac{\sigma_\pi}{\sigma_0} = \frac{\sigma''_\pi}{\sigma_0}$
2	0,4	2,833	0,453
4	0,4	1,840	0,134
8	0,4	1,332	0,053
∞	0,4	1,000	0
2	0,2	4,219	0,169
4	0,2	1,960	0,038
8	0,2	1,333	0,013
∞	0,2	1,000	0
2	0,1	5,605	0,056
4	0,1	1,990	0,010
8	0,1	1,333	0,003
∞	0,1	1,000	0

Предположим, что все скважины начали работать одновременно и что первоначальный контур нефтеносности имел форму окружности радиуса R_n (см. рис. 25 и 35). Суммарную добычу нефти S_1 из всех n скважин, от начала их работы до момента обводнения, найдем, если соответствующий интервал времени $\bar{t}_x$ умножим на суммарный дебит скважин q'_{cn} ; тогда из формулы (152) — в нее подставим $r_0 = R_n$ — и из формулы (174) получим:

$$S_1 = nq' \bar{t}_x = \pi m \left[(R_n^2 - h^2) - \frac{2h^n}{n-2} \left(\frac{1}{h^{n-2}} - \frac{1}{R_n^{n-2}} \right) \right]. \quad (175)$$

Если суммарный дебит скважин умножим не на $\bar{t}_x$, а на t_x или t_N — см. формулы (151) и (153), — то получили бы суммарную добычу нефти не к моменту обводнения скважин, а к неко-

тому моменту времени, которому соответствует расстояние r от центра пласта до стягивающегося контура нефтеносности вдоль главной или нейтральной линий тока.

Разделив суммарную добычу S_1 на пористость m , получим площадь σ_1 пласта, в которой нефть заменена водой, т. е. площадь пласта между первоначальным контуром нефтеносности A_n и контуром нефтеносности A'_n к моменту обводнения скважин (см. рис. 35):

$$\sigma_1 = \pi \left[(R_n^2 - h^2) - \frac{2h^n}{n-2} \left(\frac{1}{h^{n-2}} - \frac{1}{R_n^{n-2}} \right) \right]. \quad (176)$$

Площадь пласта σ'_n , занятая нефтью к моменту обводнения скважин (площадь целика), т. е. площадь пласта, лежащая внутри контура A'_n , найдется так:

$$\sigma'_n = \sigma_0 - \sigma_1 = \frac{\pi h^2}{n-2} \left[n - 2 \left(\frac{h}{R_n} \right)^{n-2} \right], \quad (177)$$

где σ_0 — площадь пласта внутри первоначального контура нефтеносности, т. е.

$$\sigma_0 = \pi R_n^2. \quad (134)$$

Если через σ_E обозначить площадь круга, ограниченного той окружностью E , вдоль которой расположены центры скважин кольцевой батареи, т. е.

$$\sigma_E = \pi h^2, \quad (178)$$

то из формулы (177) получим:

$$\sigma'_n = \frac{n-2 \left(\frac{h}{R_n} \right)^{n-2}}{n-2} \sigma_E = \left[1 + 2 \frac{1 - \left(\frac{h}{R_n} \right)^{n-2}}{n-2} \right] \sigma_E. \quad (179)$$

Эта формула площади целика нефти к моменту обводнения скважин симметричной кольцевой батареи справедлива для любого числа скважин $n > 2$.

Для $n=2$ сможем формулу (135) переписать так:

$$\sigma'_n = \left(1 + 2 \ln \frac{R_n}{h} \right) \sigma_E. \quad (180)$$

Из формул (179) и (180) видно следующее: если $h \rightarrow R_n$, то $\sigma'_n \rightarrow \sigma_E = \sigma_0$; кроме того, формула (170) показывает, что с увеличением числа скважин n площадь целика σ'_n убывает и так же стремится к величине площади σ_E ; в пределе, когда $n = \infty$, т. е. когда вместо кольцевой батареи скважин мы имеем сплошную кольцевую галерею (см. § 21), получается $\sigma'_n = \sigma_E$.

Наглядной иллюстрацией к формулам (179) и (180) служит табл. 17. В этой таблице подсчитано отношение площади целика нефти σ'_n к площади круга σ_E для различного числа скважин и для различных значений отношения радиусов h к R_n .

Если мы из площади $\sigma_{ц}'$ вычтем площадь σ_E , то получим площадь $\sigma_{л}$, заключенную между контуром нефтеносности A_n' в момент обводнения скважин и окружностью E ; эта площадь $\sigma_{л}$ состоит из n луночек; из формулы (179) найдем:

$$\sigma_{л} = \sigma_{ц}' - \sigma_E = 2 \frac{1 - \left(\frac{h}{R_n}\right)^{n-2}}{n-2} \pi h^2 \quad (181a)$$

или

$$\frac{\sigma_{л}}{\sigma_0} = \frac{2}{n-2} \left[\left(\frac{h}{R_n}\right)^2 - \left(\frac{h}{R_n}\right)^n \right]. \quad (181)$$

Эта формула опять-таки справедлива при $n > 2$. Для случая двух скважин из формулы (135) получим:

$$\frac{\sigma_{л}}{\sigma_0} = \left(\frac{h}{R_n}\right)^2 \left(1 + 2 \ln \frac{R_n}{h}\right). \quad (182)$$

Формулы (181) и (182) представляют особый интерес, но их значение выяснится в следующем параграфе. Заметим, что в последней графе табл. 17 приведены вычисленные по этим формулам значения отношений $\sigma_{л}$ и σ_0 для различного числа скважин при разных значениях отношения h к R_n .

§ 24. МЕТОД ПОДСЧЕТА КОЛИЧЕСТВА ВСЕЙ ЖИДКОСТИ, ДОБЫТОЙ ИЗ ПЛАСТА ДО ЕГО ПОЛНОГО ОБВОДНЕНИЯ, ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО ПЛАСТ СНАЧАЛА ЭКСПЛУАТИРОВАЛСЯ ТОЛЬКО СКВАЖИНАМИ КОЛЬЦЕВОЙ БАТАРЕИ, А ЗАТЕМ ТОЛЬКО ОДНОЙ ЦЕНТРАЛЬНОЙ СКВАЖИНОЙ

Предположим, что пласт вначале эксплуатировался только n скважинами кольцевой батареи, расположенной вдоль окружности E . Через некоторый промежуток времени $\bar{t}_x = t_1$ первоначально круговой контур нефтеносности A_n радиуса R_n , дойдет до скважин вдоль главных линий тока и примет форму A_n' (см. рис. 35¹). С этого момента начнется обводнение скважин. Интервал времени $\bar{t}_x = t_1$ определяется из формулы (152), положив в ней $r_0 = R_n$:

$$t_1 = \bar{t}_x = \frac{\pi m}{nq'} \left[(R_n^2 - h^2) - \frac{2h^n}{n-2} \left(\frac{1}{h^{n-2}} - \frac{1}{R_n^{n-2}} \right) \right]. \quad (183)$$

Добыча S_1 нефти за время $\bar{t}_x$ определяется формулой (175). Предположим, что в момент обводнения скважин кольцевой батареи мы прекратили их эксплуатацию и начали эксплуатировать до тех пор бездействовавшую одну скважину, расположен-

¹ Интервал времени $\bar{t}_x$ представляет собой продолжительность первой стадии эксплуатации; обозначая этот интервал времени, отвечающий продолжительности первой стадии эксплуатации, через t_1 , мы можем t_1 приравнять $\bar{t}_x$.

ную в центре пласта O (в последующем мы рассмотрим и тот более интересный случай, когда центральная скважина работала совместно со скважинами кольцевой батареи до их обводнения). Период времени $t_1 \equiv t_x$ до обводнения скважин кольцевой батареи назовем первой стадией эксплуатации, а период времени работы одной центральной скважины после остановки скважин кольцевой батареи и до момента обводнения центральной скважины—второй стадией эксплуатации. Первая стадия эксплуатации нами рассмотрена в предыдущем параграфе, так что теперь перейдем к анализу второй стадии. Итак, к моменту начала второй стадии эксплуатации контур нефтеносности имеет форму A_n' (см. рис. 35 и 36). Пренебрегая пока разностью в вязкостях нефти и краевой воды, мы можем утверждать, что при второй стадии эксплуатации приток нефти к одной центральной скважине будет строго радиальным. Обводнение центральной скважины начнется с того момента, как ее достигнут точки $C_1, C_2, \dots, C_n$ контура нефтеносности A_n' , стягивающегося по закону радиального движения. На рис. 36 контур нефтеносности к моменту обводнения центральной скважины обозначен буквой A_n'' .

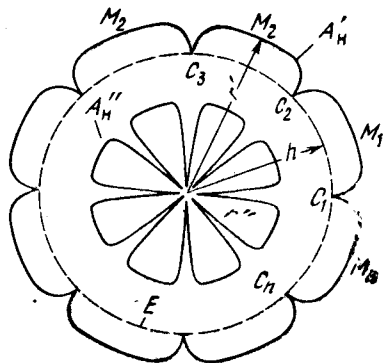


РИС. 36

Контур A_n'' имеет вид цветка с симметрично расположенными лепестками. Обозначим через r' расстояние наиболее удаленных точек $M_1, M_2, \dots, M_n$ контура A_n' от центра пласта, т. е. от центра центральной скважины. Подобное же обозначение было принято на рис. 31—34. Заметим, что рис. 36 начерчен с соблюдением основных масштабов, применительно к случаю работы 8 скважин кольцевой батареи. Расстояние от центра пласта до наиболее удаленных точек контура нефтеносности A_n'' обозначим через r'' .

Соотношение между расстояниями r' и r'' легко установить, пользуясь теми соотношениями, которые были выведены в п. 5 § 8 при анализе рис. 8. Именно:

$$r''^2 = r'^2 - h^2, \quad (184)$$

причем мы здесь пренебрегаем величиной R_1^2 , ибо радиус скважины R_1 мал по сравнению с теми расстояниями, которые фигурируют в формуле (184). Величина r' вообще определяется из формул (168) и (169), но, пользуясь формулами (170)—(173), мы можем сразу определить из формулы (184) величину r'' при следующем числе скважин n

$$\left. \begin{aligned} n=3, \quad r'' &= \sqrt[3]{3} h \cong 1,73 h; \\ n=4, \quad r'' &= \sqrt[4]{2} h \cong 1,19 h; \\ n=6, \quad r'' &\cong 0,83 h; \\ n=8, \quad r'' &\cong 0,66 h. \end{aligned} \right\} \quad (185)$$

Из формул (185) мы видим, что если в первой стадии эксплуатации частицы жидкости, двигавшиеся по нейтральным линиям тока, отстали от тех частиц, которые двигались по главным линиям тока, то во второй стадии эксплуатации при радиальном движении это отставание еще усугубилось; языки обводнения во второй стадии эксплуатации оказались гораздо более резко выраженными, чем в первой, ибо в начальный момент частицы жидкости $M_1, M_2, \dots, M_n$ находились от центральной скважины дальше, чем частицы $C_1, C_2, \dots, C_n$. Заметим, что для малого числа скважин расстояние r' было довольно велико, а потому, как показывают формулы (185) для трех и четырех скважин, оказывается $r'' > h$.

Для второй стадии эксплуатации дебит центральной скважины найдем по формуле (101), считая, что центральная скважина работает при том же перепаде давления, при котором раньше работали скважины кольцевой батареи; понятно, что, благодаря эффекту интерференции, дебит каждой из скважин кольцевой батареи при их совместной работе был меньше, чем дебит q одиночно работающей центральной скважины. Продолжительность t_2 второй стадии эксплуатации мы определим, если в формулу (100) подставим $r_0 = h, r = R_1$; получим:

$$t_2 = \frac{\pi m}{q} (h^2 - R_1^2) \cong \frac{\pi m}{q} h^2. \quad (186)$$

Итак, в конце периода времени t_2 наступит обводнение центральной скважины; контур нефтеносности A_n' займет положение A_n'' . Добыча S_2 из центральной скважины за время t_2 определится так:

$$S_2 = q t_2 = \pi m h^2. \quad (187)$$

Следовательно, за время t_2 успеет обводниться площадь σ_2 пласта внутри первоначального (для второй стадии эксплуатации) контура A_n' :

$$\sigma_2 = \frac{S_2}{m} = \pi h^2 = \sigma_E. \quad (188)$$

Вполне понятно, что за время второй стадии эксплуатации оказалось добыто столько нефти, сколько ее содержалось внутри той части пласта, которая ограничена окружностью E . Отсюда легко

найти площадь целика $\sigma_{\text{ц}}''$, т. е. ту площадь, которая содержится внутри контура $A_{\text{н}}''$ к моменту обводнения центральной скважины — к моменту окончания второй стадии эксплуатации; для этого надо из площади $\sigma_{\text{ц}}'$ пласта внутри контура нефтеносности $A_{\text{н}}'$ вычесть площадь σ_2 обводнившейся части пласта за время второй стадии:

$$\sigma_{\text{ц}}'' = \sigma_{\text{ц}}' - \sigma_2 \quad (189)$$

или, учитывая формулы (188) и (181а), найдем:

$$\sigma_{\text{ц}}'' = \sigma_{\text{л}} = \frac{2}{n-2} \left[1 - \left(\frac{h}{R_{\text{н}}} \right)^{n-2} \right] \pi h^2. \quad (190)$$

Таким образом, оказалось, что, как и следовало ожидать, внутри контура нефтеносности $A_{\text{н}}''$ содержится такая же площадь (площадь n лепестков), как и внутри n луночек, заключенных между контуром $A_{\text{н}}'$ и окружностью E .

Мы пока изучаем такую систему эксплуатации купольной залежи нефти: пласт сначала эксплуатировался n скважинами кольцевой батареи до момента появления в них краевой (законтурной) воды. После этого эксплуатация скважин кольцевой батареи прекращается и начинается эксплуатация одной центральной скважиной; вторая стадия эксплуатации, в продолжение которой также добывается только чистая нефть, без воды, длится до момента появления воды в центральной скважине. С этого момента начинается третья стадия эксплуатации — центральная скважина дает нефть и воду; третью стадию будем считать законченной, когда центральная скважина совсем прекратит давать нефть, т. е. когда она и весь пласт окажутся полностью обводненными¹.

Полная продолжительность t^* первой и второй стадий эксплуатации, т. е. то время t^* , в течение которого из пласта добывалась чистая нефть, найдется так:

$$t^* = \bar{t}_x + t_2 = t_1 + t_2, \quad (191)$$

причем t_x и t_2 определяются формулами (183) и (186).

Количество S^* добытой чистой нефти за время t^* получим из формул (175) и (187):

$$S^* = S_1 + S_2 = \pi m \left[R_{\text{н}}^2 - \frac{2h^n}{n-2} \left(\frac{1}{h^{n-2}} - \frac{1}{R_{\text{н}}^{n-2}} \right) \right]. \quad (192)$$

Количество нефти $S_{\text{ц}}''$, оставшееся в целике после окончания второй стадии эксплуатации, можно найти из формул (134) и (192) или же из формулы (190), заметив следующее:

¹ Напомним, что мы здесь не учитываем явления конинга и других явлений, связанных с возможностями появления подошвенных вод вблизи скважин; не учитываем также, что нефть не полностью вымывается из обводненной части пласта.

$$S_{\text{ц}}'' = S_0 - S^* = m \sigma_{\text{ц}}'' \quad (193)$$

Чтобы сравнить площадь $\sigma_{\text{ц}}''$ целика нефти, оставшегося в пласте после окончания второй стадии эксплуатации, с площадью σ_0 , заключенной внутри первоначального контура нефтеносности A_n (см. рис. 35 и 36), перепишем формулу (190) с помощью формулы (181) так:

$$\frac{\sigma_{\text{ц}}''}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{\text{ц}}}{\sigma_0} = \frac{2}{n-2} \left[\left(\frac{h}{R_n} \right)^2 - \left(\frac{h}{R_n} \right)^n \right]. \quad (194)$$

Эта формула справедлива для $n > 2$, а для $n = 2$ мы можем воспользоваться формулой (182). С помощью формул (182) и (194) подсчитано отношение площади целика нефти к площади первоначальной области нефтеносности; результаты подсчета приведены в последней графе табл. 17. Анализ формулы (194) и табл. 17 показывает, что с увеличением числа скважин кольцевой батареи и с уменьшением отношения h к R_n площадь целика относительно уменьшается, т. е. относительно увеличивается то количество нефти, которое мы берем из пласта без воды. Так, из табл. 17 видно, что если радиус первоначального контура нефтеносности $R_n = 500$ м, а радиус кольцевой батареи скважин $h = 200$ м, т. е. $h = 0,4 R_n$, то для случая четырех скважин получим $\sigma_{\text{ц}}'' = 0,134 \sigma_0$, а для восьми скважин $\sigma_{\text{ц}}'' = 0,053 \sigma_0$; таким образом, при этих условиях, при четырех скважинах, 13,4 % от всей нефти, содержащейся в пласте, придется добывать с водой при третьей стадии эксплуатации, а при восьми скважинах — 5,3 %.

Перейдем теперь к третьей стадии эксплуатации: продолжительность t_3 третьей стадии эксплуатации получим, если в формулу (100) подставим $r_0 = r''$, $r = R_1$ (см. рис. 36) и будем пренебрегать второй степенью радиуса скважины R_1 :

$$t_3 = \frac{\pi m}{q} r''^2. \quad (195)$$

Здесь r'' определяется из формулы (184), в которой, в свою очередь, r' определяется из формул (168) или (169); в случае трех, четырех, шести, восьми скважин мы можем с достаточной степенью точности использовать для r'' формулы (185); дебит центральной скважины q определяется опять-таки формулой (101).

Полная добыча S_3 жидкости (воды или нефти вместе) за время t_3 третьей стадии эксплуатации найдется так:

$$S_3 = q t_3 = \pi m r''^2. \quad (196)$$

Площадь пласта σ_3 , с которой будет взята эта добыча S_3 , будет такова:

$$\sigma_3 = \frac{S_3}{m} = \pi r''^2. \quad (197)$$

Из всего количества жидкости S_3 , извлеченной на третьей стадии эксплуатации, нефти будет добыто в объеме $S_{\text{н}}''$ — см. формулу (193), при этом добыча воды $S_{\text{в}}$ составит

$$S_{\text{в}} = S_3 - S_{\text{н}}'', \quad (198)$$

т. е. — см. формулы (196), (193) и (194) —

$$\frac{S_{\text{в}}}{S_0} = \left\{ \left(\frac{r''}{R_{\text{н}}} \right)^2 - \frac{2}{n-2} \left[\left(\frac{h}{R_{\text{н}}} \right)^2 - \left(\frac{h}{R_{\text{н}}} \right)^n \right] \right\}. \quad (199)$$

Здесь S_0 — все количество нефти, заключенное в пласте внутри первоначального контура нефтеносности $A_{\text{н}}$, т. е. см. формулу (134):

$$S_0 = m \sigma_0 = \pi m R_{\text{н}}^2. \quad (200)$$

Итак, за все три стадии эксплуатации мы отберем из пласта всю нефть, количество которой определяется формулой (200), да плюс еще количество воды, которое определяется формулой (199). Отношение добытой воды $S_{\text{в}}$ на третьей стадии эксплуатации ко всей извлеченной нефти S_0 , подсчитанное по формуле (199), приведено в табл. 18. Надо заметить, что в расчетах мы величину r'' определяли по формуле (185), которая, строго говоря, справедлива лишь для случая $R_{\text{н}} = \infty$. Но в предыдущем параграфе мы доказали и проиллюстрировали это на многих примерах, что r' , а следовательно, и r'' будут для конечных значений $R_{\text{н}}$ весьма мало отличаться от соответствующих их значений для случая $R_{\text{н}} = \infty$.

Таблица 18

Число скважин n	$\frac{h}{R_{\text{н}}}$	$\frac{S_{\text{в}}}{S_0}$	Число скважин n	$\frac{h}{R_{\text{н}}}$	$\frac{S_{\text{в}}}{S_0}$
4	0,4	0,092	∞	0,2	0
8	0,4	0,017	4	0,1	0,004
∞	0,4	0	8	0,1	0,001
4	0,2	0,018	∞	0,1	0
8	0,2	0,004			

Из табл. 18 видно, что, например, при $h=200$ м, $R_{\text{н}}=500$ м, т. е. при $h=0,4 R_{\text{н}}$ для четырех скважин кольцевой батареи количество воды $S_{\text{в}}$, добытое за время третьей стадии эксплуатации, составляет 9,2 % от всего количества S_0 нефти, добытой за все три стадии эксплуатации.

Продолжительность трех стадий эксплуатации T определится так:

$$T = \bar{t}_x + t_2 + t_3 = t_1 + t_2 + t_3, \quad (201)$$

где $\bar{t}_x$, t_2 , t_3 определяются из формул (183), (186) и (195).

Для сравнения продолжительности отдельных этапов эксплуатации составим отношения времен t_2 и t_3 ко времени $\bar{t}_x = t_1$. Пользуясь упомянутыми формулами, найдем:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{t_2}{\bar{t}_x} = \frac{n \ln \frac{R_0}{R_1}}{\ln \frac{R_0^n}{n R_1 h^{n-1}}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{R_n}{h}\right)^2 - \frac{\sigma_n'}{\sigma_E}}, \quad (202)$$

$$\frac{t_3}{t_1} = \frac{t_3}{\bar{t}_x} = \frac{n \ln \frac{R_0}{R_1}}{\ln \frac{R_0^n}{n R_1 h^{n-1}}} \cdot \frac{\left(\frac{r''}{h}\right)^2}{\left(\frac{R_n}{h}\right)^2 - \frac{\sigma_n'}{\sigma_E}}. \quad (203)$$

В табл. 19 приведены результаты подсчетов отношения времен по формулам (202) и (203) для четырех и восьми скважин и для некоторых значений радиусов скважин R_1 , контура нефтеносности R_n , h кольцевой батареи скважин, R_0 контура области питания; все радиусы приведены в метрах.

Таблица 19

Число скважин n	R_n	$\frac{t_2}{t_1} = \frac{t_2}{\bar{t}_x}$	$\frac{t_3}{t_1} = \frac{t_3}{\bar{t}_x}$
$R_0 = 10^4, R_1 = 0,1, h = 200$			
4	500	0,48	0,68
8	500	0,51	0,22
4	1000	0,09	0,13
8	1000	0,11	0,05

Заметим, что в случае четырех скважин контур нефтеносности стягивается менее равномерно, чем в случае восьми (и большего числа) скважин. Из табл. 19 видно, что длительность третьей стадии для четырех скважин больше длительности второй стадии эксплуатации, а в случае восьми скважин — наоборот; объясняется это как раз тем, что для четырех скважин имеем $r'' > h$, а для восьми скважин $r'' < h$ — см. формулу (185) и рис. 36.

В заключение составим сводную табл. 20; в ней приведены результаты подсчетов всех тех величин, которые мы анализировали и для которых вывели формулы в последних параграфах данной главы IV. Обозначения в этой таблице сохраняем те же, какие употреблялись в формулах и на рисунках данной главы. При анализе табл. 20 следует помнить, что при ее составлении мы пренебрегали разностью в вязкостях нефти и краевой воды; вязкость нефти мы обозначили через μ_n и измеряли ее в сантипуазах (в мкм²); дебиты и суммарная добыча скважины подсчитаны на 1 м мощности пласта.

В табл. 20 приведена продолжительность (в сутках) каждой из трех стадий эксплуатации и их общая продолжительность T , суммарный дебит q'_{cn} всех n скважин кольцевой батареи в первой стадии эксплуатации и дебит q центральной скважины во второй и третьей стадиях эксплуатации, добыча из скважин в течение каждой из трех стадий эксплуатации (S_1, S_2, S_3), суммарная добыча чистой нефти S^* за первые две стадии эксплуатации, суммарная добыча всей жидкости (воды и нефти) S и всей нефти S_0 за все три стадии эксплуатации месторождения (S_0 , конечно, равно тому количеству нефти, которое содержалось в 1 м мощности пласта внутри всего первоначального контура нефтеносности), суммарной добычи S_v воды за время третьей стадии эксплуатации, количества $S_{ц}''$ нефти, оставшейся в целике (внутри «лепестков» контура $A_{ц}''$ — см. рис. 36) к началу третьей стадии эксплуатации, процентное отношение всей добытой жидкости (воды и нефти) к добытой нефти, добытой воды к добытой нефти и т. д.

В табл. 20 подсчитано не только время $\bar{t}_x$ стягивания контура нефтеносности вдоль главной линии тока до скважины, но и время $\bar{t}_N$ и $\bar{t}_x$.

Время $\bar{t}_N$ подсчитано по формуле (154) и представляет собой то время, в течение которого точки стягивающегося контура нефтеносности,двигающиеся вдоль нейтральной линии тока ON , смогли бы достигнуть окружности E (см. рис. 26); конечно, $\bar{t}_N > \bar{t}_x$. Длительность первой стадии эксплуатации равна $\bar{t}_x$, так что время $\bar{t}_N$ для последующих расчетов нам не нужно и оно приведено в табл. 20 только с целью сравнения с временем $\bar{t}_x$; разница между $\bar{t}_N$ и $\bar{t}_x$ характеризует степень отставания точек контура нефтеносности, движущихся по нейтральным линиям тока по сравнению с теми точками, которые движутся по главным линиям тока.

Если бы вместо группы n скважин кольцевой батареи мы вдоль окружности E провели сплошную кольцевую дренажную галерею (см. рис. 27), дебит которой был бы равен суммарному дебиту скважин, то движение жидкости в такой галерее было бы строго радиальным; время $\bar{t}_k$ стягивания контура нефтеносности к кольцевой галерее, конечно, было бы отлично от времени $\bar{t}_x$ и $\bar{t}_N$. Из таблицы видно, что $\bar{t}_x < \bar{t}_k < \bar{t}_N$, причем $\bar{t}_k$ сравнительно мало отличается от $\bar{t}_x$. Время $\bar{t}_k$ мы подсчитываем по формуле (204), гораздо более простой, чем формулы (152) и (183). Близость результатов подсчетов $\bar{t}_x$ и $\bar{t}_k$ говорит о том, что мы в дальнейшем, когда будем учитывать разность в вязкостях нефти и краевой воды, сможем вести некоторые подсчеты времени не по формуле (152) или (183), а по формуле (204) — это будет тем более точно, чем большее число скважин входит в кольцевую батарею.

n	R_n , м	h_0 , км	μ_n , сп (МПа·с)	q'_{cn} , м ³ /сут	q , м ³ /сут	$\bar{t}_x = t_1$, сут	$\bar{t}_n$, сут	$\bar{t}_0$, сут	t_2 , сут	$t^* = t_1 + t_2$, сут	t_3 , сут
4	500	10	1	99,29	47,2	836,8	1156	996	399,2	1236,0	565,2
4	500	10	4	24,82	11,8	3347,2	4623	3986	1596,8	4944,0	2260,8
8	500	10	1	117,87	47,2	785,9	892	839	399,2	1185,1	175,7
8	500	10	4	29,47	11,8	3143,6	3568	3356	1596,8	4740,4	702,8
8	1000	10	1	117,87	47,2	3782,8	3888	3835	399,2	4182,0	175,7
8	1000	10	4	29,47	11,8	15131,2	15554	15341	1596,8	16728,0	702,8
8	500	50	1	87,32	41,3	1060,8	1204	1132	456,2	1517,0	200,8
8	500	50	4	21,83	10,3	4243,2	4816	4529	1824,8	6068,2	803,2
8	1000	50	1	87,32	41,3	5106,3	5248	5176	456,2	5562,5	400,8
8	1000	50	4	21,83	10,3	20425,2	20992	20706	1824,8	22250,0	803,2
∞	500	10	1	138,70	47,2	713,1	713,1	713,1	399,2	1112,3	0
∞	500	10	4	34,68	11,8	2852,4	2852,4	2852,4	1596,8	4449,2	0
∞	500	50	1	98,31	41,8	1006,1	1006,1	1006,1	456,2	1462,3	0
∞	1000	10	1	138,70	47,2	3260	3260	3260	399,2	3659,2	0
∞	1000	50	1	98,31	41,3	4599,3	4599,3	4599,3	456,2	5055,5	0

Примечание. При подсчетах принято: перепад давления $(p_0 - p_1) = m = 0,15$; радиус скважины $R_1 = 10$ см; радиус кольцевой батареи скважин

$$\bar{t}_k = \frac{\pi m}{q_{cn}} (R_n^2 - h^2). \quad (204)$$

Формула (204) получается из формулы (100) или (165), если в них положить $q = q_{cn}$, $r_0 = R_n$ и $r = h$.

Мы сейчас говорили только о такой кольцевой галерее, назовем ее галереей № 1, дебит которой равен дебиту всех скважин кольцевой батареи; рассмотрение подобной кольцевой галереи № 1 представляет интерес лишь для сопоставления времени $\bar{t}_x$ и $\bar{t}_k$.

Гораздо больший интерес представляет другой случай; предположим, что число скважин n кольцевой батареи мы неограниченно увеличиваем; суммарный дебит их будет увеличиваться и, в пределе, при $n = \infty$, мы опять придем к кольцевой дренажной галерее — назовем ее галереей № 2. Эта галерея будет работать при том же перепаде давления, при котором работали скважины кольцевой батареи; в таком случае дебит кольцевой галереи № 2 будет больше суммарного дебита скважин кольцевой батареи, какое бы число n скважин мы не брали в кольцевой батарее. Ясно, что кольцевая галерея № 2 отличается от кольцевой галереи № 1. Кольцевую галерею № 2 нам интересно рассмотреть потому, что

$T = t^* + t_3$, сут	S_1 , м ³	S_2 , м ³	$S^* = S_1 + S_2$, м ³	S_3 , м ³	$S = S^* + S_3$, м ³	S_0 , м ³	$S_B = S - S_0$, м ³	$S''_n = S_3 - S_0$, м ³	$\frac{S''_{n1}}{S_0}$, %	$\frac{S_B}{S_0}$, %	$\frac{S}{S_0}$, %
1801,2	83084	18840	101924	26679	128603	117750	10853	15826	13	9,2	109,2
7204,8	83084	18840	101924	26679	128603	117750	10853	15826	13	9,2	109,2
1360,8	92630	18840	111470	8294	119764	117750	2014	6280	5	1,7	101,7
5443,2	92630	18840	111470	8294	119764	117750	2014	6280	5	1,7	101,7
4357,7	445880	18840	464720	8294	473014	471000	2014	6280	1,3	0,4	100,4
17430,8	145880	18840	464720	8294	473014	471000	2014	6280	1,3	0,4	100,4
1717,8	92630	18840	111470	8294	119764	117750	2014	6280	5	1,7	101,7
6871,2	92630	18840	111470	8294	119764	117750	2014	6280	5	1,7	101,7
5763,3	145880	18840	464720	8294	473014	471000	2014	6280	1,3	0,4	100,4
23053,2	145880	18840	464720	8294	473014	471000	2014	6280	1,3	0,4	100,4
1112,3	98910	18840	117750	0	117750	117750	0	0	0	0	100
4449,2	98910	18840	117750	0	117750	117750	0	0	0	0	100
1462,3	98910	18840	117750	0	117750	117750	0	0	0	0	100
3659,2	152160	18840	171000	0	171000	171000	0	0	0	0	100
5055,5	152160	18840	171000	0	171000	171000	0	0	0	0	100

$= 10$ ат (1 МПа); проницаемость $k=1$ Д (1 мкм²); эффективная пористость $h=200$ м (см. рис. 30—36).

этот случай показывает, к какому пределу стремятся интересующие нас величины суммарного дебита скважин, суммарной добычи чистой нефти, воды и т. д., когда число скважин n неограниченно возрастает. Сопоставление случая $n=\infty$ со случаем $n=8$ позволяет, например, судить о том, насколько мы приблизились к пределу, имеет ли какой-либо смысл дальнейшее увеличение числа скважин в кольцевой батарее и т. д. Последние строки табл. 20 подсчитаны для случая $n=\infty$, т. е. как раз для случая кольцевой галереи № 2. Видим, что в случае восьми скважин мы уже настолько приближаемся к случаю $n=\infty$ и что дальнейшее увеличение числа скважин вряд ли может быть оправдано; мало того, из той же таблицы видно, что в ряде случаев можно вполне ограничиться проведением четырех скважин—это особенно очевидно для малых размеров радиуса R_n контура нефтеносности и для малых значений вязкости нефти μ_n .

Поскольку при $n=\infty$ мы получаем строго радиальное движение нефти к кольцевой галерее № 2, постольку в этом случае контур нефтеносности стягивается совершенно симметрично вдоль всех радиусов (линий тока), сохраняя свою первоначально круговую форму. Для кольцевой галереи № 2 справедливы следующие соотношения (см. рис. 27)

$$\left. \begin{aligned} \bar{t}_x &= \bar{t}_N = \bar{t}_K, \\ t_3 &= 0, \\ T &= t^* = t_K + t_2. \end{aligned} \right\} \quad (205 \text{ а})$$

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= m \pi (R_n^2 - h^2), \\ S_2 &= m \pi h^2, \\ S_3 &= 0, \\ S &= S^* = S_0' = S_1 + S_2 = m \pi R_n^2, \\ S_B &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (205 \text{ б})$$

Для подсчета времени $\bar{t}_K$ при $n = \infty$, в случае дренажной кольцевой галереи № 2, мы воспользовались формулой:

$$t_K = \frac{\pi m}{q_K} (R_n^2 - h^2), \quad (205)$$

которую можно получить или из формулы (100), или из формулы (183), если в ней положить $n = \infty$ и $nq' = q_K$. Для дебита q_K мы имеем формулу (164). Кольцевую дренажную галерею № 2 мы уже рассматривали в первых параграфах данной главы IV.

§ 25. МЕТОД ПОДСЧЕТА СУММАРНОЙ ДОБЫЧИ НЕФТИ И ИНТЕРВАЛА ВРЕМЕНИ ДО ОБВОДНЕНИЯ СКВАЖИН С УЧЕТОМ РАЗНОСТИ В ВЯЗКОСТЯХ НЕФТИ И КРАЕВОЙ ВОДЫ ПРИ ТОМ УСЛОВИИ, КОГДА В ПЕРВОЙ СТАДИИ ЭКСПЛУАТАЦИИ КУПОЛЬНАЯ ЗАЛЕЖЬ ЭКСПЛУАТИРУЕТСЯ ТОЛЬКО СКВАЖИНАМИ СИММЕТРИЧНОЙ КОЛЬЦЕВОЙ БАТАРЕИ

В главе I было показано на простейших примерах работы одной скважины, какие ошибки в подсчетах времени и суммарной добычи воды и нефти могут получиться, когда мы не учитываем разности в вязкостях нефти и краевой воды. Поскольку в предыдущих параграфах данной главы мы пренебрегали разностью в вязкостях нефти и краевой воды, постольку мы должны теперь выяснить: какие коррективы следует внести в наши подсчеты, если учесть упомянутую разницу в вязкостях. В той же главе I было указано, что строгое гидродинамическое решение вопроса о притоке к нескольким скважинам двух жидкостей разных вязкостей представляет весьма большие трудности; до сих пор подобная задача не имела не только строгого, но даже и приближенного решения. В данном параграфе мы попытаемся указать приближенный метод решения плоской задачи о притоке нефти к скважинам симметричной кольцевой батареи при учете разности в вязкостях нефти и законтурной (краевой) воды. Итак, в данном параграфе сохраним все те же условия задачи, какие были рассмотрены в предыдущих параграфах данной главы, но только, пользуясь результатами главы I, будем учитывать упомянутую разность в вязкостях.

Для удобства сравнения результатов условимся сохранять все обозначения предыдущих параграфов, причем, если речь будет идти о величине, подсчитанной при учете разности в вязкостях нефти и краевой воды, то над буквенным обозначением такой величины мы будем ставить скобочку или отмечать индексом «ВН» (последнее обозначение было принято в главе I).

Так как нам здесь не придется выводить новых формул, то наш приближенный метод подсчета мы поясним на конкретном примере симметричной кольцевой батареи из восьми скважин. Примем вязкость нефти $\mu_n = 1$ сП (1 МПа·с); относительную вязкость нефти $\mu_0 = 3$, причем (см. также § 13 главы III):

$$\mu_0 = \frac{\mu_n}{\mu_v}, \quad (206)$$

где μ_v — вязкость воды (см. главу I). Положим также $R_0 = 10$ км; $R_n = 500$ м; $h = 200$ м (см. рис. 25 и 30); $R_1 = 10$ см; $k = 1$ Д (1 мкм²); $(p_0 - p_1) = 10$ ат (1 МПа); $m = 0,15$.

Проделаем сначала несколько вспомогательных подсчетов. Из табл. 20 находим, что при этих условиях $\bar{t}_x = 786$ сут. Период времени $\bar{t}_x$ равен t_1 и определяет продолжительность первой стадии эксплуатации — от момента начала эксплуатации купольной залежи нефти (с первоначально круговым контуром нефтеносности) до момента обводнения скважин кольцевой батареи. Следует, однако, учесть разницу в вязкостях воды и нефти. Для этого используем формулу (58), которую перепишем так¹:

$$\hat{t}_x = \frac{1}{\mu_0 \ln \frac{R_0}{h}} \left[\ln R_0 - \mu_0 \ln h + \frac{(\mu_0 - 1) (R_n^2 \ln R_n - h^2 \ln h)}{R_n^2 - h^2} - \frac{\mu_0 - 1}{2} \right] \bar{t}_x. \quad (207)$$

Подставляя сюда числовые значения величин, относительно которых мы выше условились, найдем:

$$\hat{t}_x = 0,434 \bar{t}_x, \quad (208)$$

а следовательно, $\hat{t}_x = 341$ сут — такова истинная продолжительность первой стадии эксплуатации. Интересно заметить, что, как показывает формула (208), подсчитанный при учете разности в вязкостях нефти и краевой воды истинный интервал времени $\hat{t}_x$ составляет лишь 43 % от того интервала времени $\bar{t}_x$, который мы раньше подсчитывали, пренебрегая упомянутой разностью в вязкостях.

¹ Мы здесь воспользовались формулой (58) для радиального движения на основании замечания, сделанного в предыдущем параграфе, о том, что интервал времени $\bar{t}_x$ мало отличается от интервала времени $\bar{t}_n$, определяющего радиальное стягивание контура нефтеносности к кольцевой галерее № 1.

В первых параграфах данной главы было установлено, что первоначально круговой контур нефтеносности, стягиваясь к скважинам кольцевой батареи, сохраняет свою круговую форму до тех пор, пока он совсем близко не подходит к скважинам. С высокой степенью точности мы можем принять, что круговая форма контура нефтеносности сохраняется, по крайней мере, до расстояния $1,5h$ от центра пласта, т. е. в данном примере все время, пока контур, стягиваясь, движется с расстояния 500 м до расстояния 300 м от центра пласта. На рис. 37 через A_n обозначен первоначальный контур нефтеносности радиуса $R_n=500$ м, через A_n обозначено промежуточное положение контура нефтеносности, соответствующее окружности радиуса $R_n=300$ м. Сколько-нибудь заметное искажение в круговой форме контура нефтеносности начнется лишь с того времени, когда он перейдет положение A_n . В области пласта между A_n и A_n мы сможем считать движение жидкости почти строго радиальным. Время движения вдоль AB , по главной линии тока Ox и вдоль ab , по нейтральной линии тока ON будет одинаковым; назовем это время через t_n . Время t_n сможем подсчитать по формуле (151), подставляя в нее $r_0=R_n$ и $r=3/2h$; найдем $\bar{t}_x=635$ суток. Время t_x' движения вдоль BC , по главной линии тока, найдем так:

$$t_x' = \bar{t}_x - \bar{t}_n = 786 - 635 = 151 \text{ сут.}$$

За это время t_x' точка «b» нейтральной линии тока, конечно, не достигнет окружности E , а дойдет до какой-то точки M (точка не показана на рис. 37), которая будет удалена от центра пласта

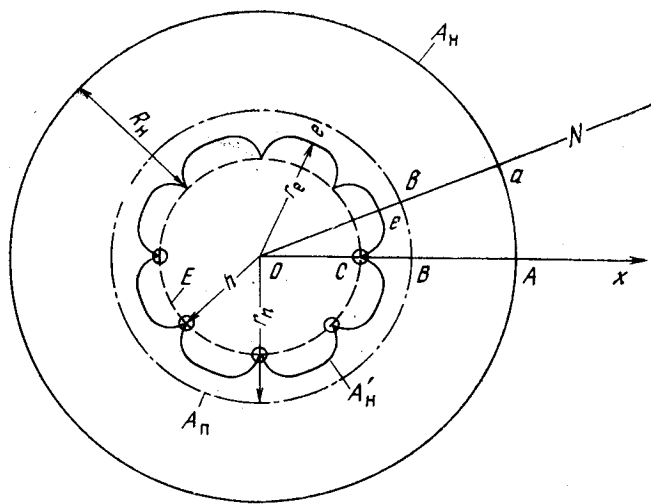


РИС. 37

на расстояние $1,20h$; тогда к моменту обводнения скважин контур нефтеносности занял бы положение A_n' , указанное на рис. 35 и 36. Однако мы при этом не учли разности в вязкостях нефти и краевой воды. На самом деле, учитывая эту разность, промежуток времени t_x' движения контура нефтеносности вдоль отрезка $BC=100$ м главной линии тока будет короче, чем t_x' . Для подсчета времени $\widehat{t}_x'$ используем формулу (58), так как она справедлива для радиального движения, а приток жидкости вдоль отрезка BC к одной из восьми скважин мы не можем считать строго следующим законам радиального движения, но наш подсчет даст несколько преувеличенное значение для времени $\widehat{t}_x'$. Подставляя в формулу (58) значение $r_0'=100$ м, $r=10$ см (радиус скважины), найдем:

$$\beta = \frac{\widehat{t}_x'}{t_x} = 0,7. \quad (209)$$

Следовательно, $\widehat{t}_x' = 0,7 \cdot 151 = 106$ сут.

Подставляя $\widehat{t}_x'$ вместо t_N в левую часть формулы (153) и полагая в правой части

$$r_0 = Ob = 1,5h,$$

$$r = r_e = 0e,$$

найдем из формулы (153) значение радиуса-вектора точки e :

$$r_e = 1,28h. \quad (210)^*$$

Это значение радиуса-вектора точки e показывает, на каком расстоянии от центра пласта будет находиться контур нефтеносности вдоль нейтральной линии тока ON в тот момент, когда начинается обводнение скважин вдоль главных линий тока.

Итак, к концу первой стадии эксплуатации контур нефтеносности примет положение $\widehat{A}_n'$ (см. рис. 37). Если при подсчете без учета разности в вязкостях нефти и воды наиболее удаленные точки контура нефтеносности (точки $M_1, M_2, \dots, M_n$ контура A_n' рис. 36) лежали от центра пласта на расстоянии $1,2h=240$ м, то теперь, учтя приблизительно эту разность в вязкостях, такие точки оказываются от центра пласта на расстоянии $r_e=1,28h=256$ м. Различие в контурах A_n' и $\widehat{A}_n'$ на рис. 36 и 37 получается небольшое, ибо в течение большей части первой стадии эксплуатации контур нефтеносности двигается почти точно радиально, а потому разли-

* При приближенном подсчете величины радиуса-вектора r_e точки e мы допустили две неточности: во-первых, мы воспользовались несколько преувеличенным подсчетом времени $\widehat{t}_x=106$ сут; во-вторых, воспользовавшись формулой (153), мы, тем самым, пренебрегли разностью в вязкостях нефти и воды на участке пути вдоль нейтральной линии тока. Эти две неточности, оказывая противоположное влияние на результат, примерно компенсируют друг друга.

чие в вязкостях нефти и воды сказывается не столько в различии форм контуров $\widehat{A}_n'$ и A_n' , сколько в установленном выше уменьшении продолжительности первой стадии эксплуатации.

Количество $\widehat{S}_1$ добытой нефти в течение первой стадии эксплуатации (при учете разности в вязкостях нефти и краевой воды) будет заключено в таких пределах:

$$m \pi (R_n^2 - h^2) < \widehat{S}_1 < S_1, \quad (211)$$

причем нижний предел устанавливается на основании геометрических соображений — прямо из рис. 37. Верхний предел устанавливаем, исходя из того, что точки контура A_n' рис. 36 лежат внутри (хотя и очень близко) контура $\widehat{A}_n'$ рис. 37; $\widehat{S}_1$ будет близко к верхнему пределу.

Итак,

$$86\,883 \text{ м}^3 < \widehat{S}_1 < 92\,630 \text{ м}^3. \quad (212)$$

Продолжительность $\widehat{t}_2$ второй стадии эксплуатации найдем, если узнаем: за сколько времени точка C (ближайшая к центру точка контура нефтеносности) дойдет до центральной скважины; стадии эксплуатации мы рассматриваем те же, что и в предыдущем параграфе.

Так как при второй стадии эксплуатации работает только одна центральная скважина, то время $\widehat{t}_2$ мы найдем, если подставим в формулу (55) те числовые значения величин, относительно которых мы условились в начале настоящего параграфа, и примем, кроме того, $r_0' = OC = h$; получим:

$$\widehat{t}_2 = 297,6 \text{ сут.} \quad (213)^*$$

Надо теперь узнать: на каком расстоянии $Ow = r_w$ от центра пласта будет находиться точка контура нефтеносности на линии тока ON к концу второй стадии эксплуатации, т. е. в тот момент, когда точка C достигает центральной скважины и вдоль линии тока Ox начинается ее обводнение?

Для ответа на этот вопрос подставим в левую часть формулы (54) найденную величину $\widehat{t}_2$ вместо t , а в правую часть подставим $r_0' = r_e = 1,28 h$ и $r' = r_w$; найдем (см. рис. 37 и 38):

$$r_w \cong 165 \text{ м.} \quad (214)$$

Радиус-вектор r_w представляет собой расстояние наиболее удаленной точки контура нефтеносности $\widehat{A}_n''$ от центра скважины. На рис. 36, построенном без учета разности в вязкостях нефти и краевой воды, это же расстояние было обозначено через r'' и

* Для приближенного подсчета интервала времени t_2 мы здесь воспользовались формулой (55), справедливой, строго говоря, только в условиях радиального движения; сущность подобного приближенного метода подсчета была изложена в § 8 главы I.

было, при тех же прочих числовых данных, равно 132 м (см. формулу 185). Итак, $r_w \gg r''$, т. е. целик нефти к концу второй стадии эксплуатации оказывается больше того целика, который мы подсчитывали в предыдущем параграфе, пренебрегая разностью в вязкостях нефти и краевой воды. Этим определяются знаки неравенств, которые ниже нами составлены.

За время второй стадии эксплуатации будет добыто количество нефти $\widehat{S}_2$ (при учете разности в вязкостях нефти и краевой воды), которое заключено в таких пределах:

$$S_0 - \widehat{S}_1 - m \pi r_w^2 < \widehat{S}_2 \ll S_2, \quad (125)$$

т. е. учитывая неравенство (212) и соответствующие данные табл. 20:

$$12\,297 \text{ м}^3 \ll \widehat{S}_2 \ll 18\,840 \text{ м}^3. \quad (215 \text{ а})$$

Итак, в течение первых двух стадий эксплуатации добывалась только чистая нефть; причем всего было добыто

$$\widehat{S}^* = \widehat{S}_1 + \widehat{S}_2, \quad (216)$$

где, согласно неравенствам (212) и (215а), имеем:

$$99\,180 \text{ м}^3 < \widehat{S}^* \ll 111\,470 \text{ м}^3. \quad (216 \text{ а})$$

Обозначая контур нефтеносности к концу второй стадии эксплуатации через $\widehat{A}_n''$ (рис. 38), мы можем утверждать, что к этому времени внутри такого контура (целик внутри его «лестков») остается количество нефти $\widehat{S}_n''$:

$$\widehat{S}_n'' = S_0 - (\widehat{S}_1 + \widehat{S}_2). \quad (217)$$

Следовательно,

$$18\,570 \text{ м}^3 > S_n'' \gg S_{cn}'' = 6\,280 \text{ м}^3. \quad (218)$$

К концу третьей стадии эксплуатации мы получаем всю нефть из целика, ограниченного контуром нефтеносности $\widehat{A}_n''$, и центральная скважина полностью обводняется. С самого начала третьей стадии эксплуатации центральная скважина будет давать не только нефть, но и краевую воду, ибо к этому времени языки обводнения вдоль главных линий тока (вдоль оси x и подобным ей линиям тока) подошли уже вплотную к центральной скважине. Было бы ошибкой предполагать, что когда к концу третьей стадии эксплуатации

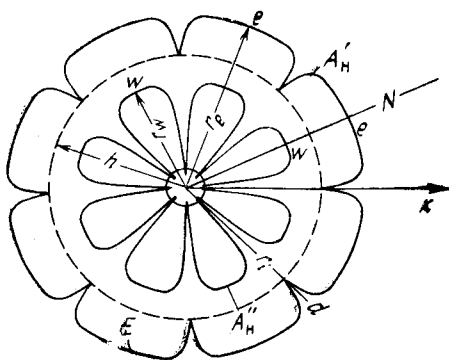


РИС. 38

наиболее отдаленная частица ω контура нефтеносности достигнет скважины, то будто бы из центральной скважины будет добыто как раз такое количество жидкости, какое содержится внутри окружности радиуса r_w , описанной вокруг контура нефтеносности $\hat{A}_n''$; корни подобной ошибки были подробно изучены в главе I. Пользуясь приближенным методом, изложенным в § 8 главы I, мы можем определить: какая частичка воды α , лежащая на главной линии тока, достигнет скважины в тот момент, когда к скважине подойдет частица ω и начнется полное обводнение скважины. Определим продолжительность третьей стадии эксплуатации и соответствующую ей добычу жидкости.

Подставляя в формулу (55) вместо r_0' величину $r_w = 165$ м, получим продолжительность $\hat{t}_3$ третьей стадии эксплуатации:

$$\hat{t}_3 = 200 \text{ сут.} \quad (219)$$

В течение времени $\hat{t}_3$ вдоль главной линии тока x в скважину будет поступать только вода. Чтобы найти радиус-вектор r_α той точки α , которая подойдет к скважине к концу времени $\hat{t}_3$, поступим так: воспользуемся формулой (104), в которую подставим числовые данные нашей задачи, причем динамическую вязкость μ_v краевой воды принимаем равной 0,33 сП (0,33 мПа·с), ибо, согласно формуле (36),

$$\mu_v = \frac{\mu_n}{\mu_0}.$$

Итак, заменяя в формуле (104) величину t через $\hat{t}_3$ и r_0 через r_α , найдем:

$$r_\alpha = 245 \text{ м.} \quad (220)$$

За время третьей стадии эксплуатации из центральной скважины будет добыто нефти (не считая воды) ровно столько, сколько ее содержалось внутри контура нефтеносности $\hat{A}_n''$, т. е. количество добытой нефти будет равно $\hat{S}_n$. Называя количество всей жидкости (нефти и воды), добытой в течение третьей стадии эксплуатации, через $\hat{S}_3$, сможем утверждать, что:

$$S_3 \ll \hat{S}_3 \ll m \pi r_\alpha^2 \quad (221)$$

или

$$8294 \text{ м}^3 \ll \hat{S}_3 < 28272 \text{ м}^3, \quad (221 \text{ а})$$

причем на долю воды придется такая добыча $\hat{S}_v$:

$$\hat{S}_v = \hat{S}_3 - \hat{S}_n. \quad (222)$$

Следовательно, заменяя добычу $\hat{S}_3''$ ее верхним пределом из формулы (221), а $\hat{S}_n''$ ее нижним пределом S_y'' из формулы (218), получим:

$$S_b \ll \widehat{S}_b \ll m \pi r_a^2 - S_{\Pi}'', \quad (223)$$

т. е.

$$2014 \text{ м}^3 \ll \widehat{S}_b \ll 21\,992 \text{ м}^3. \quad (223 \text{ а})$$

Продолжительность $\widehat{T}$ всех трех стадий эксплуатации мы получим из формул (208), (213) и (219):

$$\widehat{T} = \widehat{t}_k + \widehat{t}_2 + \widehat{t}_3 = 838,4 \text{ сут.} \quad (224)$$

Суммарная добыча всей жидкости $\widehat{S}$ за все три стадии эксплуатации будет равна:

$$\left. \begin{aligned} \widehat{S} &= \widehat{S}_1 + \widehat{S}_2 + \widehat{S}_3 \\ \widehat{S} &> S, \end{aligned} \right\} \quad (225)$$

а следовательно, согласно неравенствам (212), (215а), (221а), (225) и табл. 20:

$$119\,764 \text{ м}^3 < \widehat{S} < 139\,742 \text{ м}^3. \quad (225 \text{ а})$$

Количество всей добытой нефти $\widehat{S}_0$ определяется формулой (200) и, согласно табл. 20,

$$\widehat{S}_0 = S_0 = 117\,750 \text{ м}^3. \quad (226)$$

Количество $\widehat{S}^*$ чистой нефти, добытой за первые две стадии эксплуатации, определяется неравенством (216), а количество всей добытой воды — неравенством (223а). Таким образом, задача оказывается приближенно разрешенной, хотя это решение нельзя назвать вполне удовлетворительным, ибо границы некоторых рассмотренных неравенств оказываются широкими.

Проанализируем результаты, полученные в данном параграфе, и сравним их с соответствующими данными табл. 20, подсчитанной без учета различия в вязкостях нефти и краевой воды. Ради краткости речи будем называть решение без учета разности в вязкостях нефти и воды идеальным решением, а рассматриваемое здесь решение — реальным решением.

I. Сопоставим количество всей нефти, добытой за все три стадии эксплуатации, т. е. количество $S_0 = 117\,750 \text{ м}^3$ всей нефти, содержащейся в пласте внутри первоначального кругового контура нефтеносности радиуса $h = 200 \text{ м}$, с тем количеством нефти $\widehat{S}_1$, которое добыто в первой стадии эксплуатации. Как показывают неравенства (211) и (212), большая часть нефти добывается в течение первой стадии эксплуатации; тот же результат дает и идеальное решение, причем, как видно из табл. 20, $S_1 = 92\,630 \text{ м}^3$. Неравенство (212) дает для $\widehat{S}_1$ нижнюю границу, сравнительно близкую к верхней, и эта граница совпадает с S_1 .

II. Продолжительность $\widehat{t}_x = 341 \text{ сут}$ первой стадии эксплуатации в реальном случае составляет, как мы уже упоминали, 43%

от продолжительности $\bar{t}_x = 786$ сут, отвечающей идеальному случаю.

III. В течение всей второй стадии эксплуатации за время $\hat{t}_2 \cong \cong 298$ сут в реальном случае добывается нефти меньше, чем в идеальном случае за время $t_2 = 399$ сут — см. неравенства (215) и 215а); происходит это благодаря тому, что краевая вода, обладая в реальном случае меньшей вязкостью, чем нефть, скорее прорывается к скважине и потому к концу второй стадии эксплуатации больше нефти остается в целиках — см. неравенство (218).

IV. Если продолжительность двух первых стадий эксплуатации $\hat{t} = \hat{t}_x + \hat{t}_2 = 639$ сут в реальном случае значительно меньше продолжительности $t^* = 1185$ сут, в идеальном случае, то, наоборот, продолжительность третьей стадии эксплуатации $\hat{t}_3 = 200$ сут в реальном случае значительно больше продолжительности времени $t_3 = 176$ сут в идеальном случае; в реальном случае, в течение третьей стадии эксплуатации, требуется отобрать больший целик нефти, ограниченный контуром $\hat{A}_n''$ (сравнить рис. 36 и 38). Поэтому, хотя в реальном случае в течение двух первых стадий эксплуатации отбирается количество чистой нефти $\hat{S}^*$ меньше, чем $S^* = 111470$ м³ в идеальном случае, но количество воды отбирается в течение третьей стадии эксплуатации в реальном случае значительно больше, а потому и суммарная добыча $\hat{S}$ за все три стадии эксплуатации в реальном случае оказывается больше, чем $S = 119764$ м³.

V. До сих пор мы рассматривали случай $\mu_n = 1$ сП (1 мПа·с) и $\mu_0 = 3$, т. е. случай, когда вязкость нефти отличается от вязкости краевой воды только в три раза. Приведем несколько расчетов для другого случая: сохраняя в силе все условия данного параграфа, примем теперь $\mu_n = 4$ сП (4 мПа·с), $\mu_0 = 10$. В таком случае, пользуясь теми же формулами, что и раньше, мы бы получили $\bar{t}_x = 3144$ сут (в четыре раза большее число, чем для случая $\mu_n = 1$ сП), тогда как $\hat{t}_x = 755$ сут, т. е.

$$\hat{t}_x = 0,24 \bar{t}_x; \quad (227)$$

и сравнить это с формулой (208).

Затем, $t_2 = 1597$ сут, а $\hat{t}_2 = 1046$ сут. Таким образом, продолжительность двух первых стадий эксплуатации оказывается равной не величине $t^* = 4740$ сут, как указано для идеального случая в табл. 20, а $\hat{t}^* = 1801$ сут для реального случая. Судя по табл. 20, $t_3 = 703$ сут, тогда как в рассматриваемом реальном случае (при $\mu_0 = 10$) мы нашли $\hat{t}_3 = 809$ сут¹.

¹ Заметим также, что если в случае $\mu_n = 1$ сП (1 мПа·с), $\mu_0 = 3$ мы получим $r_e = 256$ м, $r_w = 165$ м, $r = 245$ м (см. рис. 37 и 38), то теперь, для случая $\mu_n = 4$ сП, $\mu_0 = 10$ при прочих равных условиях, мы нашли: $r_e = 262$ м, $r_w = 177$ м, $r = 450$ м, т. е. особенно сильно увеличилось r_e .

В таблице 20 бросается в глаза большая продолжительность первой стадии эксплуатации $\bar{t}_x = 15\,131$ сут для случая $\mu_n = 4$ сП (4 мПа·с) и радиуса первоначального контура нефтеносности $R_n = 1$ км.

Посмотрим, какова на самом деле продолжительность первой стадии эксплуатации для этого случая. Итак, сохраним все условия, оговоренные в начале настоящего параграфа, но будем теперь полагать $\mu_n = 4$ сП (4 мПа·с), $\mu_0 = 10$, $R_n = 1$ км. Тогда, поступая так же, как при выводе формулы (207), т. е. пользуясь формулой (58), получим:

$$\bar{t}_x = 0,37 \bar{t}_x = 5598 \text{ сут.} \quad (228)$$

Два последних примера убеждают нас в том, что с увеличением относительной вязкости μ_0 разница в подсчетах времени для идеального и реального случаев возрастает. Сроки продолжительности первых двух стадий эксплуатации оказываются значительно меньшими, чем то указано в табл. 20, конечно, с увеличением μ_0 значительно увеличивается количество воды, добываемое с нефтью в третьей стадии эксплуатации, и увеличивается продолжительность этой стадии.

§ 26. ЭКСПЛУАТАЦИЯ КУПОЛЬНОЙ ЗАЛЕЖИ КОЛЬЦЕВОЙ БАТАРЕИ СОВМЕСТНО С ЦЕНТРАЛЬНОЙ СКВАЖИНОЙ

В предыдущих параграфах данной главы мы рассматривали такой случай, когда в течение первой стадии купольная залежь эксплуатировалась только скважинами кольцевой батареи. Центральная скважина вводилась в эксплуатацию лишь во второй стадии, т. е. с того момента, когда начиналось обводнение скважин кольцевой батареи и эксплуатация их прекращалась.

Такой метод эксплуатации — сначала работает только кольцевая батарея, а потом только центральная скважина — мы рассматривали столь подробно не потому, что этот метод наиболее выгоден, а потому что его гидродинамически проще проанализировать; основные формулы имели сравнительно простой вид. Наиболее выгодным методом эксплуатации купольной залежи будет несколько другой метод; в течение всей первой стадии эксплуатации работают все скважины кольцевой батареи совместно с центральной скважиной; после появления краевой воды в скважинах кольцевой батареи эксплуатацию их прекращают, а центральная скважина продолжает работать в течение второй и третьей стадий эксплуатации.

Выгодность этого способа эксплуатации — назовем его вторым методом, по сравнению с предыдущим, который назовем первым методом, заключается в следующем.

Центральная скважина, работая вместе со скважинами кольцевой батареи, способствует несколько более равномерному стягиванию контура нефтеносности — точки контура нефтеносности,

движущиеся вдоль нейтральных линий тока, менее отстают от тех точек, которые движутся вдоль главных линий тока.

Таким образом, если бы мы для второго метода эксплуатации построили контуры нефтеносности A_n'' и $\bar{A}_n'$ такого же типа, какие были построены для первого метода в двух предыдущих параграфах (см. рис. 35—38), то убедились бы, что эти контуры, отвечающие второму методу эксплуатации, лежат чуть-чуть ближе к точкам окружности E , чем то было изображено на рис. 35—38. Поэтому к концу второй стадии эксплуатации, при втором методе эксплуатации, количество нефти в целиках осталось бы меньше, чем при первом методе — размеры контуров A_n'' и $\bar{A}_n''$ оказались бы несколько меньшими, чем то показано на рис. 36 и 38. Третья стадия эксплуатации, при втором методе, длилась бы несколько меньше, чем при первом; меньшим бы оказалось и то количество краевой пластовой воды, которое отбирается вместе с нефтью в течение третьей стадии.

Центральная скважина, работая вместе со скважинами кольцевой батареи, немного повышает суммарный дебит всех скважин¹ и, следовательно, сокращает продолжительность первой стадии эксплуатации.

Мы здесь перечислили выгоды второго способа эксплуатации, однако следует заметить, что благодаря эффекту интерференции скважин влияние центральной скважины, при совместной работе с окружающими ее скважинами кольцевой батареи, невелико; преимущества второго способа оказываются, при количественной их оценке, незначительными.

Учитывая все это, а также усложнение расчетных формул, соответствующих второму методу эксплуатации, мы его не будем здесь разбирать. Ограничимся только, на примерах, сопоставлением некоторых результатов.

Пример I. Сохраним обозначения предыдущих параграфов данной главы и положим, что $R_0=10$ км, $R_1=10$ см, $R_n=500$ м, $h=200$ м, $\mu=1$ сП (1 мПа·с), $k=1$ Д (1 мкм²), $(p_0-p_1)=10$ ат (1 МПа), $m=0,15$. Разностью в вязкостях нефти и краевой воды будем при расчетах пренебрегать.

Предположим, что вдоль окружности E радиуса $h=200$ м расположено восемь скважин кольцевой батареи и, кроме того, девятая скважина расположена в центре окружности E . Пусть все девять скважин работают с одним и тем же перепадом давления $(p_0-p_1)=10$ ат (1 МПа). Ясно, что тогда, благодаря эффекту интерференции, дебит центральной скважины q_n' будет меньше дебита q_s' каждой из восьми скважин кольцевой батареи при совместной работе всех девяти скважин. При вышеуказанных условиях результаты подсчетов показывают, что:

$$q_s' = 13,7 \text{ м}^3/\text{сут}, \quad q_n' = 9,9 \text{ м}^3/\text{сут},$$

$$q_c' = 119,4 \text{ м}^3/\text{сут}, \quad \bar{t}_x = 780 \text{ сут},$$

где q_c' — суммарный дебит всех девяти совместно работающих скважин, $\bar{t}_x$ — время от начала эксплуатации до начала обводнения скважин кольцевой ба-

¹ Этот вопрос исследован в [3] и [4].

тарен, т. е. $\bar{t}_x$ — продолжительность первой стадии эксплуатации. К концу первой стадии эксплуатации наиболее удаленная точка контура нефтеносности будет находиться от центра пласта (от центра окружности E) на расстоянии $r' = 1,11 h$.

Интересно сопоставить это с теми данными, какие мы получали в предыдущих параграфах, разбирая работу восьми скважин кольцевой батареи без центральной скважины. Согласно табл. 20 мы имели:

$$q'_{с8} = 117,9 \text{ м}^3/\text{сут}, \quad \bar{t}_x = 786 \text{ сут};$$

кроме того, — см. формулу (173) и рис. 34 — $r' = 1,20 h$.

Пример II. Все условия сохраняем те же, что и в предыдущем примере, но только в кольцевой батарее берем не восемь, а четыре скважины. При совместной работе четырех скважин кольцевой батареи вместе с центральной скважиной получим:

$$\begin{aligned} q'_9 &= 21,2 \text{ м}^3/\text{сут}, \quad q'_c = 17,4 \text{ м}^3/\text{сут}, \\ q'_{с4} &= 102,3 \text{ м}^3/\text{сут}, \quad \bar{t}_x = 803 \text{ сут}, \quad r' = 1,42 h. \end{aligned}$$

Сопоставляя это со случаем работы четырех скважин кольцевой батареи без центральной скважины, мы из табл. 20 получим:

$$q'_{с4} = 99,3 \text{ м}^3/\text{сут}, \quad \bar{t}_x = 837 \text{ сут},$$

кроме того, — см. формулу (171) и рис. 32 — имеем:

$$r' = 1,55 h.$$

Оба примера подтверждают все замечания, сделанные в начале настоящего параграфа.

§ 27. ВЫВОДЫ

Суммируя все сказанное в настоящей главе, мы видим, что наиболее выгодным способом эксплуатации правильной купольной залежи, в условиях пласта с водонапорным режимом, является такой способ: скважины располагаются кольцевой батареей вдоль окружности, совпадающей с изогипсой пласта и concentричной первоначальному круговому контуру нефтеносности (см., например, рис. 25).

Кроме того, одна скважина проводится в самом центре пласта — на куполе (эксплуатация купольной скважины в условиях водонапорного режима, при отсутствии газовой шапки, опасности потери пластовой энергии, из-за выпуска газа, не представляет). Как видно из § 21, брать большое число скважин в кольцевой батарее совершенно нерационально; суммарный дебит скважин возрастает далеко не пропорционально увеличению их числа. Учитывая размеры радиуса контура нефтеносности порядка 500—1000 м, радиус h окружности E кольцевой батареи скважин имеет смысл брать порядка 200 м. Большие размеры радиуса вряд ли могут быть целесообразны, ибо тогда, после обводнения скважин кольцевой батареи, внутри окружности E останется слишком много нефти и продолжительность отбора этой нефти из одной центральной скважины будет слишком велика. Кроме того, при больших размерах окружности E надо вдоль нее ставить большее число скважин, дабы обеспечить более равномерное стя-

гивание контура нефтеносности и избежать резких языков обводнения и больших целиков; увеличивать число скважин, конечно, порядка $R_n=500$ м, увеличивать размер радиуса окружности E невыгодно. При малых размерах радиуса контура нефтеносности, сверх 200 м невыгодно еще и потому, что скважины кольцевой батареи тогда слишком скоро обводняются.

Наоборот, уменьшение радиуса окружности E , хотя и создает, при том же числе скважин, более благоприятные условия для стягивания контура нефтеносности, но сильно увеличивает эффект интерференции, что снижает их суммарный дебит и увеличивает сроки разработки пласта.

Ставить вдоль окружности E более восьми скважин, при радиусе h порядка 200 м, явно нерационально. Наоборот, при малых значениях относительной вязкости порядка $\mu_0=3$ (и меньше) и при достаточно хорошей проницаемости пласта, порядка $k=1$ Д (1 мкм²) и выше, можно снизить число скважин вдоль окружности E до четырех.

Итак, при тех диапазонах вязкости, проницаемости, пористости, размеров первоначального контура нефтеносности и возможных перепадах давления, какие были рассмотрены в настоящей работе, можно считать, что 4—8 скважин, расположенных вдоль окружности E , радиуса h порядка 200 м, вместе с одной центральной скважиной—удовлетворяют тем требованиям, какие можно предъявить к рациональной расстановке скважин: 1) лишние скважины исключены, 2) обеспечивается достаточная равномерность стягивания контура нефтеносности, 3) обеспечивается достаточно высокий суммарный дебит и практически приемлемый срок эксплуатации пласта до полного его обводнения после трех стадий эксплуатации, 4) наибольшая часть нефти отбирается без воды в первой стадии эксплуатации за сравнительно короткий срок при работе всех скважин; остатки нефти, с прогрессивно увеличивающимся количеством воды, забираются центральной скважиной в течение третьей стадии эксплуатации.

Ограничимся этими наиболее существенными выводами, ибо остальные выводы были сделаны в предыдущих параграфах. При анализе табл. 20 следует помнить, что она подсчитана без учета разности в вязкостях нефти и краевой воды. Характер поправок, которые вносятся во все подсчитываемые величины при учете разности в вязкостях нефти и краевой воды, выяснен в § 25; в некоторых случаях эти поправки весьма существенны.

Для пластов со значительно худшей проницаемостью, чем $k=1$ Д (1 мкм²), а равно и для тех случаев, когда вязкость нефти μ_n в пластовых условиях значительно больше 4—5 сП (4—5 мПа·с), сделанные выше выводы о системе расстановки скважин нуждаются в некоторых изменениях; изменения связаны с уменьшением в этих худших условиях дебита скважин, увеличением сроков эксплуатации и т. д. Надо однако заметить, что такое изменение системы расстановки скважин, для этих более худших условий, как проведение второго кольца скважин, концент-

ричного первому имеет определенные дефекты; именно, проведение второй кольцевой батареи (не говоря уже о большем числе кольцевых батарей) сильно повышает эффект интерференции, а потому суммарный дебит всех скважин возрастает не так значительно; кроме того, даже шахматная расстановка скважин на двух кольцах существенно не помогает уменьшению тех неравномерностей в стягивании контура нефтеносности, которые получаются при наличии двух кольцевых батарей скважин после обводнения второй (внешней) кольцевой батареей.

В заключение надо сказать следующее: необходимо улучшить приближенный метод подсчета, учитывающий разность в вязкостях нефти и краевой воды. Тот приближенный метод, который был применен в этой главе, мы считаем лишь первым шагом на пути к созданию более точного и не слишком сложного метода.

В главе III мы указывали, что выбранные нами числовые величины вязкости нефти, проницаемости пласта и т. д. взяты достаточно ориентировочно, из-за отсутствия точных физико-геологических исследований самих пластов и нефти и воды в пластовых условиях; уточнение в выборе этих величин может повлиять на некоторые выводы, сделанные в данной главе. Наконец, мы игнорировали явление конинга и прочие явления, связанные с наличием подошвенной воды¹, не учитывали падения пластового давления при замене нефти водой на крыльях складки и т. д., ибо разбирали только плоскую задачу гидродинамики.

Все это следует иметь в виду при использовании наших выводов на практике и, конечно, следует в дальнейшем попытаться уточнить решение проблемы расстановки скважин, учитывая перечисленные выше факторы.

ГЛАВА V

РАССТАНОВКА СКВАЖИН В УСЛОВИЯХ БРАХИАНТИКЛИНАЛЬНОЙ ЗАЛЕЖИ

§ 28. ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Сохраним относительно пласта все те предположения, которые были сформулированы в главе III и в начале главы IV. Единственным отличием от случая купольной залежи, рассмотренной в предыдущей главе, будет то, что теперь мы будем считать длинную ось брахиантиклинали значительно отличающейся от короткой оси. В данной главе будем рассматривать такие случаи, когда контур нефтеносности имеет форму вытянутого овала, длинная ось которого превосходит короткую в 2—3 и большее число

¹ Еще раз подчеркнем, что в данной работе (за исключением приложения в ее конце) полностью игнорировался тот факт, что какое-то количество нефти всегда остается в обводнившейся части нефтеносного пласта.

раз. Система расстановки скважин внутри подобного контура нефтеносности резко отличается от той, какая была описана в предыдущей главе, применительно к случаю контура нефтеносности правильной круговой формы.

Для выработки системы расстановки скважин в условиях вытянутой брахиантиклинальной залежи нам предварительно придется провести гидродинамический анализ характерных особенностей работы прямолинейной цепочки конечного числа скважин; начнем с простейшего случая — цепочки из трех скважин. Сначала исследуем формулы и свойства линий тока, формулы дебита скважин и т. д. Затем расположим прямолинейную цепочку скважин вдоль длинной оси овально-вытянутого контура нефтеносности и проследим за особенностями его стягивания. На базе всего этого попытаемся указать такую схему расстановки скважин, которая, не содержа излишне пробуренных скважин, обеспечивала бы равномерное стягивание контура нефтеносности в практически приемлемый срок продолжительности эксплуатации пласта.

По данной главе большая расчетно-вычислительная работа была проведена студентом Днепропетровского государственного университета П. П. Голосовым; им же выработаны некоторые остроумные приближенные приемы расчета, часть которых мы ниже приведем.

§ 29. ПРЯМОЛИНЕЙНАЯ ЦЕПОЧКА ИЗ ТРЕХ СКВАЖИН. ЗАМЕЧАНИЯ О СЯГИВАНИИ ОВАЛЬНОГО КОНТУРА НЕФТЕНОСНОСТИ

Скважины будем рассматривать как стоки и будем пользоваться гидродинамическим методом стоков, обоснование выбора этого метода дано в конце § 17; речь идет о точечных стоках, которые помещаются внутри скважин, тогда как круговой контур скважин аппроксимируется изобарой; в ближайшей окрестности от точечных стоков форма изобар практически не отличается от круговой — см. [3].

Рассмотрим три скважины — стока, находящиеся на расстоянии a друг от друга; все три стока располагаем вдоль оси x , а перпендикулярную ей ось y проводим через средний сток — см. рис. 39. Скважины сначала, ради простоты формул, будем считать равнодебитными, т. е. стоки одинаковой производительности; дебит каждой из скважин, при совместной их работе, обозначим через q' (по-прежнему будем рассматривать только плоскую задачу и дебит относим к единице мощности пласта).

Характеристическая функция течения будет иметь вид:

$$F(z) = -\frac{q'}{2\pi} \ln [z(z-a)(z+a)]. \quad (229)$$

Рис. 39

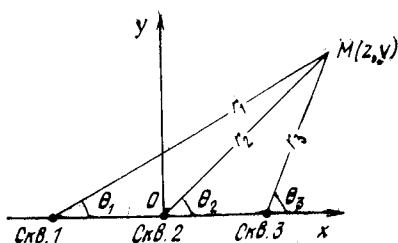
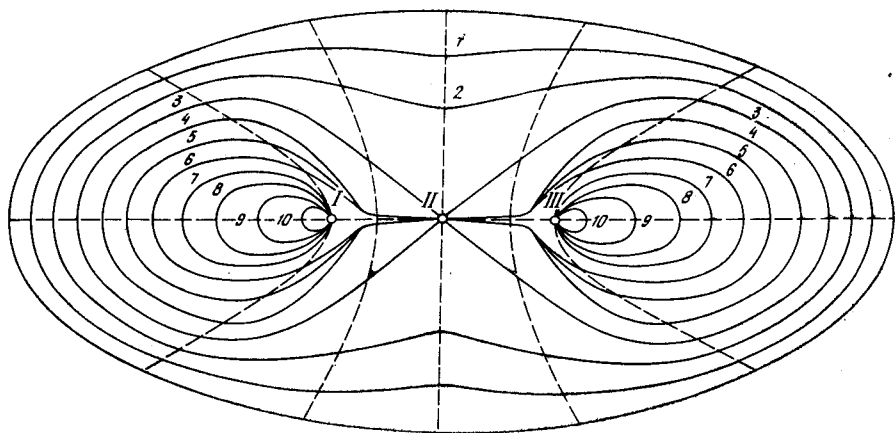


Рис. 40



Переходя к трехполярным координатам, получим

$$\left. \begin{aligned} z + a &= r_1 e^{i\theta_1}, \\ z &= r_2 e^{i\theta_2}, \\ z - a &= r_3 e^{i\theta_3}. \end{aligned} \right\} \quad (230)$$

Следовательно, отделяя в формуле (229) действительную часть от мнимой, найдем функцию тока Ψ :

$$\Psi = -\frac{q'}{2\pi} (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3). \quad (231)$$

Уравнение линий тока в системе трехполярных координат запишется так:

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = \text{const.} \quad (232)$$

Замечая, что

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= \operatorname{arctg} \frac{y}{x+a}, \\ \theta_2 &= \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \\ \theta_3 &= \operatorname{arctg} \frac{y}{x-a} \end{aligned} \right\} \quad (233)$$

и совершая простые тригонометрические преобразования, мы сможем уравнение семейства линий тока (232) переписать в декартовых координатах так:

$$\frac{y}{x} \frac{3x^2 - y^2 - a^2}{x^2 - 3y^2 - a^2} = C = \text{const.} \quad (234)$$

Линии тока, судя по уравнению (234), представляются, вообще говоря, кривыми третьего порядка, но при некоторых частных значениях параметра C мы можем выделить из семейства линий (234) более простые линии. Так, например, при $C=0$ мы из уравнения (234) получаем:

$$y = 0, \quad (235 \text{ а})$$

$$3x^2 - y^2 = a^2, \quad (235)$$

т. е. линиями тока служит ось x и гипербола, для которой эта ось является действительной с центром в начале координат и которая пересекает ось x в точках $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3} a$; $y=0$, эти точки лежат между средней и каждой из крайних скважин и оказываются, как дальше будет показано, точками равновесия. Сами гиперболы, определяющиеся уравнением (235), являются, таким образом, нейтральными линиями тока.

При $C=\infty$ из уравнения (234) получаем:

$$x = 0, \quad (236 \text{ а})$$

$$x^2 - 3y^2 = a^2, \quad (236)$$

т. е. линиями тока служат ось y и гипербола, для которой ось x является действительным центром в начале координат и которая пересекает ось x в точках $x = \pm a$, $y=0$; следовательно, ветви этой гиперболы проходят через крайние стоки.

Гиперболы, отвечающие уравнениям (235) и (236), нанесены пунктирными линиями на рис. 40—41. Пользуясь формулой (90), время движения вдоль любой линии тока L можно определить так:

$$t = - \frac{2\pi m}{q'} \int_L \frac{z^3 - a^2 z}{3z^2 - a^2} d\tilde{z}, \quad (237)$$

но $z = x + iy$; $d\tilde{z} = dx - idy$, а потому

$$t = - \frac{2\pi m}{q'} \int_L \frac{(x + iy)(x^2 - y^2 - a^2 - 2xyi)(dx - idy)}{3x^2 - 3y^2 - a^2 + 6xyi}. \quad (238)$$

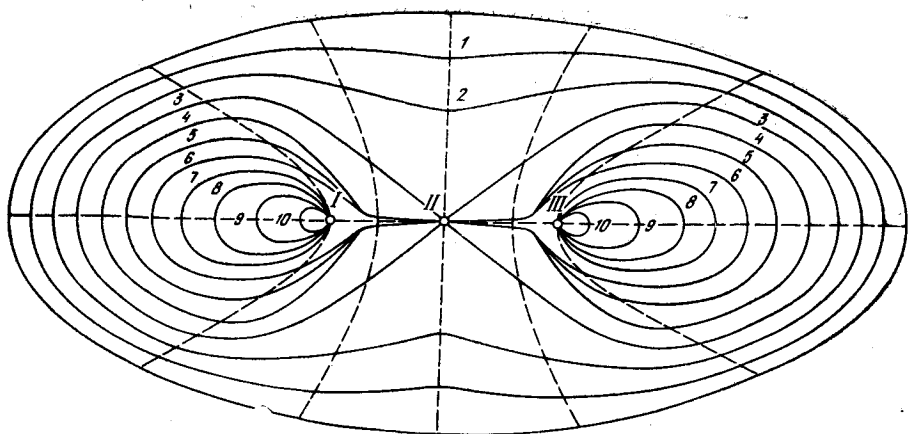


РИС. 41

Приняв за линию тока L гиперболу и выражая с помощью этого уравнения (235) y через x , мы из формулы (238), в правой части которой мнимая часть исчезает, получим:

$$t = -\frac{2\pi m}{q'} \int_{x_0}^x \frac{48x^4 - 16a^2x^2 + a^4}{36x^4 - 15a^2x^2 + a^4} x dx, \quad (239)$$

где x_0 и x — абсциссы начальной и конечной точек того отрезка пути вдоль гиперболы, которому соответствует интервал времени t . Выполнив интегриацию в формуле (239), найдем:

$$t = \frac{4\pi m}{3q'} (x_0^2 - x^2) + \frac{\pi a^2 m}{9q'} \ln \frac{3x_0^2 - a^2}{3x^2 - a^2}. \quad (240)$$

Приняв за линию тока L гиперболу с уравнением (236) и выражая с помощью этого уравнения x через y , мы из формулы (238), в правой части которой мнимая часть исчезает, получим:

$$t = -\frac{2\pi m}{q'} \int_{y_0}^y \frac{48y^4 + 16a^2y^2 + a^4}{36y^4 + 15a^2y^2 + a^4} y dy, \quad (241)$$

где y_0 и y — ординаты начальной и конечной точек пути вдоль гиперболы. Выполнив интегриацию, найдем:

$$t = \frac{4\pi m}{3q'} (y_0^2 - y^2) - \frac{\pi a^2 m}{9q'} \ln \frac{3y_0^2 + a^2}{3y^2 + a^2}. \quad (242)$$

Приняв за линию тока ось y , т. е. полагая $x=0$ в уравнении (238), получим, выполнив интегриацию:

$$t = \frac{\pi m}{3q'} (y_0^2 - y^2) + \frac{2\pi a^2 m}{9q'} \ln \frac{3y_0^2 + a^2}{3y^2 + a^2}, \quad (243)$$

где y_0 и y — ординаты начальной и конечной точек пути вдоль оси y .

Приняв за линию тока ось x , т. е. полагая $y=0$ в уравнении (238), получим, выполнив интегриацию:

$$t = \frac{\pi m}{3q'} (x_0^2 - x^2) - \frac{2\pi a^2 m}{9q'} \ln \frac{3x_0^2 - a^2}{3x^2 - a^2}, \quad (244)$$

где x_0 и x — абсциссы начальной и конечной точек того отрезка пути вдоль оси x , которому соответствует интервал времени t .

Формулы (240) — (244) дают нам законы движения вдоль характерных линий тока; для полного суждения о законах движения проанализируем проекции скорости фильтрации вдоль тех же линий тока.

Пользуясь формулой (85), мы для гиперболы с уравнением (235) получим:

$$v_x = m \frac{dx}{dt} = - \frac{q'}{2\pi} \frac{3x^2 - a^2}{4x^3 - a^2x}. \quad (245)$$

Эту формулу можно было бы также получить, дифференцируя равенство (239). Из формулы (245) следует, что при $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}a$

получим $v_x = 0$, а при этом же значении из формулы (240) вытекает, что $t = \infty$, т. е. точка пересечения рассматриваемой гиперболы с осью x действительно оказывается точкой равновесия. Исследуя проекцию скорости фильтрации v_x на экстремум, мы бы, исходя из формулы (245), нашли, что v_x достигает своего максимума в точке с абсциссой:

$$x = \pm \sqrt{\frac{9 + \sqrt{33}}{24}} a \cong 0,784 a. \quad (246)$$

Исследуя аналогичным образом другую проекцию скорости фильтрации v_y , можно убедиться в том, что точка, движущаяся по гиперболе, построенной по уравнению (235), перемещается вначале ускоренно; скорость достигает своего максимума в точке гиперболы, абсцисса которой определяется формулой (246), а затем в интервале

$$0,784 a > |x| > \frac{\sqrt{3}}{3} a,$$

движение по той же гиперболе будет резко замедленное. Наоборот, легко убедиться в том, что движение по гиперболе с уравнением (236) все время ускоренное. Действительно, пользуясь формулой (85) или дифференцируя равенство (242), получим:

$$v_y = m \frac{dy}{dt} = - \frac{q'}{2\pi} \frac{3y^2 + a^2}{4y^3 + a^2y}. \quad (247)$$

Исследуя v_y на экстремум, убеждаемся в том, что при $y \neq 0$ скорость v_y нигде не имеет экстремума, но что $v_y \rightarrow \infty$ при $y \rightarrow 0$.

При движении по оси x получаем:

$$v_x = v = -\frac{q'}{2\pi} \frac{3x^2 - a^2}{x^3 - a^2x}, \quad (248)$$

откуда следует, что при $x \rightarrow 0$ или $x \rightarrow a$, т. е. при приближении к скважинам $|v| \rightarrow \infty$; наоборот, при $x \rightarrow \pm \frac{\sqrt{3}}{3}a$ имеем $v \rightarrow 0$. Для движения вдоль оси y находим:

$$v_y = v = -\frac{q'}{2\pi} \frac{3y^2 + a^2}{y^3 + a^2y}, \quad (249)$$

откуда следует, что $|v| \rightarrow \infty$ при $y \rightarrow 0$; движение по оси y все время ускоренное.

Перейдем к выводу формулы дебита скважин. Пользуясь формулами (230), характеристическую функцию (229) можно переписать так:

$$F(z) = \frac{q'}{2\pi} [\ln(r_1 r_2 r_3) + \ln(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)]. \quad (229 \text{ а})$$

Отсюда потенциал скорости фильтрации, как действительная часть характеристической функции, представится так:

$$\Phi = -\frac{q'}{2\pi} \ln r_1 r_2 r_3. \quad (229 \text{ б})$$

Согласно определению потенциала скорости, скорость фильтрации можем представить так:

$$\bar{v} = \text{grad } \Phi, \quad (250)$$

а согласно закону Дарси — см. формулу (7) главы I — мы имеем:

$$\bar{v} = -\frac{k}{\mu} \text{grad } p, \quad (250 \text{ а})$$

где k — проницаемость пласта; μ — динамическая вязкость жидкости; p — давление в той точке пласта, в которой определяется скорость.

Из формул (250 и (250а) видим, что — см. формулу (14) книги [3]:

$$\Phi = -\frac{k}{\mu} p + C', \quad (250 \text{ б})$$

где C' — некоторая константа.

Из формул (229б) и (250б) находим давление

$$p = \frac{q' \mu}{2\pi k} \ln r_1 r_2 r_3 + C, \quad (251)$$

где C — константа.

Будем считать, что нам известно следующее:

1) статическое пластовое давление p_0 ;

2) противодействие p_1 в крайних скважинах;

3) все три скважины равнодебитны.

Теперь сможем составить три приближенных граничных условия: условие на внутреннем контуре любой из крайних скважин (скв. 1 и скв. 3) приближенно будет таково — берем для определенности скв. 1.

$$p = p_1 \text{ при } \begin{cases} r_1 = R_1, \\ r_2 = a, \\ r_3 = 2a, \end{cases} \quad (251 \text{ а})$$

где R_1 — радиус скважин.

Условие на внутреннем контуре средней скв. 2 будет приближенно таково, если через p_1' обозначить искомое противодействие в скв. 2:

$$p = p' \text{ при } \begin{cases} r_1 = a, \\ r_2 = R_1, \\ r_3 = a. \end{cases} \quad (251 \text{ б})$$

Условие на внешнем контуре будет приближенно таково:

$$p = p_0 \text{ при } r_1 = r_2 = r_3 = R_0. \quad (251 \text{ в})$$

Иными словами, при постановке условия на внешней границе пласта мы предполагаем следующее: давление вдоль этой границы постоянно такое же, каким было статическое давление в любой точке пласта до работы скважин (для простоты ведем сейчас рассуждение для горизонтального пласта). Предполагаем так же, что граница пласта находится столь далеко от скважин, по сравнению с расстоянием между скважинами и их радиусами, что мы можем приблизительно считать значения R_0 от всех скважин до границы пласта — до контура области питания — одинаковыми. Конечно, подобная постановка условий на внешней границе является приближенной; в некоторых случаях она способна привести к принципиально неверным выводам. Все это было подробно проанализировано в главе IV книги [3]; желая добиться точной постановки условий на внешней границе, мы там перешли от методов стоков к методу отображения источников-стоков. Однако в настоящей работе мы собираемся пользоваться формулами дебита лишь в таких вопросах, в которых использование приближенных граничных условий не только не приведет нас к принципиально неверным выводам, но в которых мы можем гарантировать точность до 1 % результатов подсчетов по нашим приближенным формулам; этого вопроса мы уже касались в конце § 17 главы III и в § 20 главы IV настоящей работы.

Пользуясь граничными условиями (251а, б, в), из формулы (251) получим:

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= \frac{q' \mu}{2\pi k} \ln 2R_1 a^2 + C, \\ p_1' &= \frac{q' \mu}{2\pi k} \ln R_1 a^2 + C, \\ p_0 &= \frac{q' \mu}{2\pi k} \ln R_0^3 + C. \end{aligned} \right\} \quad (251 \text{ г})$$

Из трех уравнений (251г) можем определить три неизвестных величины: C , q' и p_1' . Дебит q' каждой из трех равнодебитных скважин, при их совместной работе, определяется в таком виде:

$$q' = \frac{2\pi k (p_0 - p_1)}{\mu \ln \frac{R_0^3}{2a^2 R_1}}, \quad (252)$$

а противодавление p_1' в средней скважине в виде

$$p_0 - p_1' = (p_0 - p_1) \frac{\ln \frac{R_0^3}{a^2 R_1}}{\ln \frac{R_0^3}{2a^2 R_1}}. \quad (253)$$

Рассмотрим теперь вопрос о стягивании контура нефтеносности к прямолинейной цепочке из трех скважин. Предположим, что первоначальный контур нефтеносности имеет форму эллипса с полуосями $b'=1$ км (вдоль оси y) и $a'=2$ км (вдоль оси x). Разностью в вязкостях нефти и краевой воды будем пока пренебрегать.

Скважины расположены вдоль большой оси эллипса, которую считаем совпадающей с большой осью брахиантиклинали; одну скважину проведем в центре эллипса и будем называть ее скважиной II, а две других—скважины I и III—проведем на равном расстоянии от скважины II. Возьмем два варианта расстояний между скважинами: $a=100$ м (см. рис. 40) и $a=500$ м (см. рис. 41).

Оси координат x и y , как это следует из формул (235а) и (236а), будут служить линиями тока; кроме них построим еще гиперболы — линии тока, отвечающие формулам (235) и (236), — на рис. 40 и 41 все эти линии тока нанесены пунктиром. Точки пересечения всех упомянутых линий тока с эллиптическим первоначальным контуром нефтеносности примем за начальные точки путей вдоль соответствующих линий тока; координаты этих точек будем обозначать через x_0 и y_0 .

Построим последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности через равные интервалы времени при работе всех трех скважин. Все три скважины I—III берем равнодебитными; для этого в средней скважине II необходимо соответственно увеличить перепад давления.

Обратимся к формулам (240)—(244), представляющим зако-

ны движения вдоль избранных линий тока. Задаваясь определенным интервалом времени T и зная координаты начального положения x_0, y_0 расстояние между скважинами a , дебит каждой из скважин q' и пористость пласта m мы можем из формул (240)—(244) определить координаты x, y конечного положения точки к концу рассматриваемого интервала времени на каждой из линий тока, определяемой формулами (235)—(236), (235а)—(236а). По отношению к координатам x и y формулы (240)—(244) представляют простые трансцендентные уравнения, из которых координаты x и y можно определять с помощью известных приближенных способов. Соединяя плавной кривой точки, соответствующие найденным координатам x и y к концу выбранного интервала времени, находим новое положение контура нефтеносности.

На рис. 40 и 41 построены подобным методом десять последовательных положений контура нефтеносности (не считая заданного первоначального эллипса); эти положения отмечены цифрами 1—10; так что номер кривой указывает число прошедших равных интервалов времени T от момента начала стягивания первоначального эллиптического контура нефтеносности.

Таблица 21
(к рис. 40)

μ , сП (мПа·с)	k , Д (мкм ²)	$(p_0 - p_1)$, ат	q' , м ³ /сут	$(p_0 - p'_1)$, ат (0,1 МПа)	T , сут
1	0,2	10	5,44	10,33	10550
1	1	5	13,6	5,17	4220
1	1	10	27,2	10,33	2110
1	1	20	54,4	20,66	1055
4	1	10	6,8	10,33	8440

Примечание. Время продвижения жидкости к трем скважинам — в сутках; расстояние между скважинами $a=100$ м.

Для лучшей иллюстрации выведенных здесь формул построены числовые таблицы; табл. 21 соответствует рис. 40, т. е. расстоянию между соседними скважинами $a=100$ м; табл. 22 соответствует рис. 41 для $a=500$ м.

Таблица 22
(к рис. 41)

μ , сП (мПа·с)	k , Д (мкм ²)	$(p_0 - p_1)$, ат	q' , м ³ /сут	$(p_0 - p'_1)$, ат (0,1 МПа)	T , сут
1	0,2	10	6,48	10,41	8770
1	1	5	16,2	5,2	3548
1	1	10	32,4	10,41	1774
1	1	20	64,8	20,82	887
4	1	10	8,1	10,41	7096

Примечание. Время продвижения жидкости к трем скважинам — в сутках; расстояние между скважинами $a=500$ м.

Поясним эти таблицы. Если нам известны вязкость нефти μ , проницаемость пласта k , перепад давления $(p_0 - p_1)$ в крайних скважинах, радиус скважин R_1 , расстояние до области питания R_0 и тот факт, что все три скважины равнодебитны, то из формул (252), (253) мы можем определить дебит q' каждой из скважин, суммарный дебит $q'_c = 3q'$ всех трех скважин и тот перепад давления $(p_0 - p_1')$ в средней скважине, при котором она оказывается равнодебитна с крайними скважинами. В табл. 21—22 принято $R_1 = 10$ см, $R_0 = 10$ км и для различных значений μ , k ($R_0 - p_1$) приведены результаты подсчетов, по только что упомянутым формулам, величин q' и $(p_0 - p_1')$. В этих таблицах указан так же тот интервал времени T (в сутках), которым следует задаться, чтобы при пористости пласта $m = 0,15$ получить последовательные положения контура нефтеносности, изображенные на рис. 41 и 42*.

Заметим, что на рис. 40 и 41 контуры нефтеносности, отмеченные цифрами 4, 5, 6 сливаются вблизи некоторых точек, расположенных между каждой крайней и средними скважинами — именно вблизи точек равновесия. Теоретически говоря, последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности нигде сливаться друг с другом не могут (по крайней мере, при той системе расстановки скважин, какая здесь разбирается). Однако вблизи точек равновесия образуется как бы застойная область и контур нефтеносности передвигается там сравнительно столь медленно, что при принятом нами масштабе чертежа разделить последовательные положения контура нефтеносности в застойной области (на таком чертеже) практически невозможно.

Напомним еще раз, что при построении рис. 40 и 41 последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности (кривые 1—10) строились точно лишь по тем точкам, положение которых определялось по формулам на пунктирно намеченных линиях тока.

Из рис. 40 и 41 видно, что для первоначального эллиптического контура нефтеносности с полуосями, равными 2 км и 1 км, проведение трех скважин на расстоянии 100 или 500 м друг от друга вдоль большой оси явно невыгодно. Действительно, после начала обводнения центральной скважины, т. е. когда языки обводнения, поднявшиеся к центру пласта, разбивают его на две части, вокруг крайних скважин I и III остается еще много нефти. Мало того, после того, как контур нефтеносности, продолжая стягиваться, достигает крайних скважин и они начинают обводняться, вокруг этих крайних скважин остаются еще большие целики нефти. Если бы мы учли разность в вязкостях нефти и краевой воды, то нарисованная неблагоприятная картина стягивания контура нефтеносности еще ухудшилась бы.

* Хотя интервалом времени мы задавались произвольно, но он взят не в круглых цифрах по некоторым причинам, которые не имеют существенного значения для разбираемого здесь вопроса.

Попробуем теперь исследовать вопрос о стягивании контура нефтеносности при несколько иной системе расстановки трех скважин.

Предположим, что первоначальный контур нефтеносности имеет форму эллипса с полуосями $a'=3$ км и $b'=500$ м¹. Расположим три скважины прямолинейной цепочкой вдоль большой оси брахиантиклинали так, чтобы средняя скважина была в центре эллиптического контура нефтеносности. Зададим себе такой вопрос: на каком именно равном расстоянии друг от друга надо провести три скважины так, чтобы средняя и крайние скважины начали обводняться в один и тот же момент?

Принимая длинную и короткую оси эллипса за оси x и y и пользуясь формулами для времени (243) и (244), мы легко ответим на заданный вопрос: расстояние между соседними скважинами должно быть $a=h=2470$ м (рис. 42).

В связи с этим нужно выяснить еще и такое обстоятельство: сколько нефти было добыто из пласта всеми тремя скважинами до момента их обводнения? Пользуясь формулами дебита скважин (252) и формулами для времени (243) и (244), мы можем определить суммарный дебит всех трех скважин $q_c'=119,1$ м³/сут и время $t=2850$ сут, которое пройдет до момента начала обводнения скважин².

Таким образом, добычу S на 1 м мощности (толщины) пласта подсчитаем так:

$$S=3,4 \cdot 10^5 \text{ м}^3. \quad (254)$$

Поскольку мы не затрагиваем здесь вопросов, связанных с наклоном пласта, постольку подсчет количества нефти, содержащейся в одном метре мощности (толщины) пласта внутри всего первоначального контура нефтеносности, проведен по формуле площади эллипса:

$$S_0=\pi a'b'm=7,07 \cdot 10^5 \text{ м}^3, \quad (255)$$

где $m=0,15$ — эффективная пористость пласта.

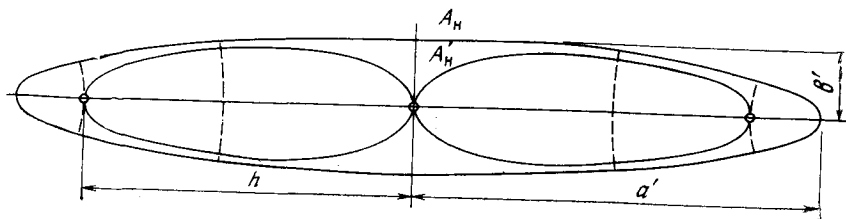


РИС. 42

¹ Примерно такого порядка размеры первоначального контура нефтеносности по XVI пласту Ново-Грозненского района.

² При этих подсчетах было принято: $\mu=1$ сП (1 мПа·с), $k=1$ Д (1 мкм²), $(p_0-p_1)=10$ ат (для крайних скважин), $R_1=10$ см, $R_0=10$ км, $a=2470$ м; при подсчетах попутно получился перепад давления в центральной скважине $(p_0-p_1')=10,5$ ат (1 ат $\approx$ 1 МПа).

Таким образом, к моменту начала обводнения скважин в целиках осталось количество нефти, равное

$$S_0 - S = 3,67 \cdot 10^5 \text{ м}^3, \quad (256)$$

т. е. целик составляет 52,2 % от количества нефти S_0 внутри первоначального контура нефтеносности. Столь высокий процент нефти, оставшейся в целиках к моменту обводнения скважин, говорит о том, что подобная система расстановки скважин совершенно неприемлема.

Итак, мы видим, что при любых расстояниях между соседними скважинами, когда центральная работает одновременно с крайними, достичь хорошего (равномерного) стягивания контура нефтеносности не удастся. Правда, мы до сих пор рассматривали только тот случай, когда все три скважины равнодебитны; для этого нам приходилось в средней скважине, испытывающей наиболее сильное влияние эффекта интерференции, снижать противодавление больше, чем в крайних, за счет несколько повышенного перепада давления в средней скважине мы достигали ее равнодебитности с крайними. Если бы мы в средней скважине поддерживали то же противодавление, что и в крайних, то дебит ее был бы несколько меньше дебита крайних¹. В этом последнем случае, благодаря тому, что депрессия давления вблизи центральной скважины была бы несколько меньше, чем в предыдущем, стягивающийся контур нефтеносности не образовал бы столь резкого языка обводнения в направлении к центральной скважине. Но все же разница между этими двумя случаями (три скважины равнодебитные и три скважины с равными противодавлениями) была бы не слишком велика.

Чем больше было бы противодавление в центральной скважине, т. е. чем меньше был бы ее дебит по сравнению с крайними, тем лучшей картины стягивания контура нефтеносности можно было бы добиться.

Конечно, вести эксплуатацию пласта с такими размерами первоначального контура нефтеносности, какие, например, были приняты на рис. 42 или даже на рис. 40—41, с помощью только трех скважин, мы отнюдь не предлагаем.

Систему трех скважин мы здесь рассмотрели столь подробно потому, что для этого случая можно было вывести сравнительно простые и гидродинамически строгие расчетные формулы и их легко проанализировать.

Вышеприведенный анализ системы трех скважин привел нас к весьма важным результатам, справедливость которых будет далее подтверждена и для более общих случаев.

Сущность этих результатов сводится вот к чему: вести эксплуатацию брахиантуклинальной залежи с овально-вытянутым

¹ В книге [3] приведены соотношения между дебитами скважин с одинаковыми противодавлениями, расположенными прямолинейной цепочкой (см. особенно § 76 и табл. 18).

контуром нефтеносности при одновременной работе центральной скважины со скважинами, расположенными цепочкой вдоль длинной оси овала (длинной оси брахиантиклинали), нерационально. К центру пласта, вдоль короткой оси овала, быстрее всего подтягивается язык обводнения, хотя бы центральные скважины эксплуатировались и не столь интенсивно, как крайние. Возникает вполне естественный вопрос: если даже слабая эксплуатация (при больших противодавлениях и малых дебитах) центральных скважин, одновременно с другими скважинами, расположенными вдоль оси складки, представляет опасность явно неравномерного стягивания контура нефтеносности и преждевременного обводнения центральной части пласта, то стоит ли вообще допускать работу центральных скважин в первой стадии эксплуатации пласта? Не лучше ли провести скважины на длинной оси овально-вытянутого контура нефтеносности симметрично по отношению к центру овала, но сначала вдали от этого центра? Затем (по мере продвижения стягивающегося контура нефтеносности вдоль длинной оси овала) можно вводить в эксплуатацию последующие осевые скважины, ближе к центру овала, и лишь в конце провести центральную скважину. Конечно, небольшая группа скважин, расположенных вдоль длинной оси овала, симметрично по отношению к его центру, вызывает стягивание всего овального контура нефтеносности, а не только его вершин (и смежных с ними частей) на длинной оси; в частности, контур нефтеносности стягивается понемногу и вдоль короткой оси овала, но стягивание контура в этом направлении при отсутствии центральных скважин в первой стадии эксплуатации происходит не столь интенсивно и не вызывает опасности преждевременного обводнения центральной части пласта.

Итак, в качестве теоретически возможного рационального метода эксплуатации брахиантиклинальной залежи с резко овально-вытянутым контуром нефтеносности намечается такой метод: ползуще-сгущающаяся симметричная система расстановки скважин вдоль длинной оси контура нефтеносности в направлении от его вершин к центру; заполнение интервала между крайними скважинами новыми скважинами, расположенными ближе к центру, производится лишь тогда, когда контур нефтеносности подошел, или почти подошел, к крайним скважинам каждой группы. Более подробно об этом будет сказано дальше, причем будет подчеркнуто, что предлагаемая система расстановки скважин не имеет ничего общего с известной и ранее практиковавшейся системой расстановки скважин — ползущей системой от крыльев к своду.

§ 30. ПРЯМОЛИНЕЙНАЯ ЦЕПОЧКА ЛЮБОГО ЧИСЛА СКВАЖИН; ВЫВОД ФОРМУЛ ВРЕМЕНИ ДВИЖЕНИЯ ВДОЛЬ РАЗЛИЧНЫХ ЛИНИЙ ТОКА

I. Нечетное число скважин.

Пусть вдоль оси x расположено $2n+1$ скважин-стоков; начало координат берем в среднем стоке и ось y проводим перпендикуляр-

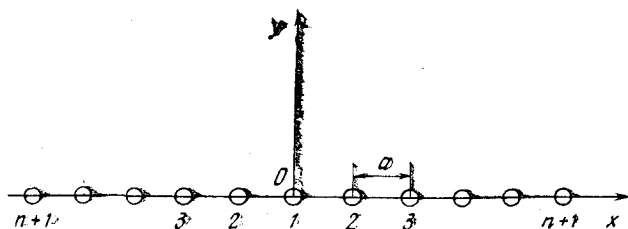


РИС. 43

но к прямолинейной цепочке скважин (рис. 43). С каждой стороны от среднего стока расположено по n скважин; все они находятся друг от друга на расстоянии a . Предположим, что дебиты каждой из двух скважин, расположенных симметрично относительно начала координат, друг другу равны. Занумеруем скважины так, как это указано на рис. 43; скважины с одинаковыми номерами, имеющие одинаковый дебит, будем отличать друг от друга словами левая, правая.

Обозначим дебиты скважин так:

$$q_j = \varepsilon_j q', \quad (257)$$

где $j=1, 2, \dots, (n+1)$.

Тогда характеристическая функция течения представится так — см. также [3, § 48]:

$$F(z) = -\frac{q'}{2\pi} \ln \{z^{\varepsilon_1} [z^2 - a^2]^{\varepsilon_2} [z^2 - (2a)^2]^{\varepsilon_3} \dots [z^2 - (na)^2]^{\varepsilon_{n+1}}\}. \quad (258)$$

Из формул (90) и (258) можно определить время движения вдоль любой линии тока L :

$$t = -\frac{2\pi m}{q'} \int_L \frac{d\tilde{z}}{z \left[\frac{\varepsilon_1}{z^2} + 2 \sum_{j=1}^n \frac{\varepsilon_{j+1}}{z^2 - (ja)^2} \right]}. \quad (259)$$

Ось x является линией тока, а потому время движения вдоль оси x можно получить из формулы (259), полагая $y=0$:

$$t = -\frac{2Am}{q'} \int_{x_0}^x \frac{dx}{x \left[\frac{\varepsilon_1}{x^2} + 2 \sum_{j=1}^n \frac{\varepsilon_{j+1}}{x^2 - (ja)^2} \right]}, \quad (260)$$

где x_0 и x — абсциссы начальной и конечной точек пути.

Аналогично, для движения вдоль оси y получим из формулы (259), полагая в ней $x=0$, следующее:

$$t = -\frac{2\pi m}{q'} \int_{y_0}^y \frac{dy}{y \left[\frac{\varepsilon_1}{y^2} + 2 \sum_{j=1}^n \frac{\varepsilon_{j+1}}{y^2 + (ja)^2} \right]}. \quad (261)$$

Поскольку при любом числе n выполнить интеграцию в общем виде в формулах (260) и (261) (по крайней мере в замкнутой форме) не удастся, постольку мы ограничимся рассмотрением двух частных случаев.

Рассмотрим сначала случай трех скважин; подставляя в формулу (260) значение $n=1$, получим время движения вдоль оси x :

$$t = \frac{\pi m}{Cq'} (x_0^2 - x^2) - \frac{2\pi ma^2 \varepsilon_2}{C^2 q'} \ln \frac{Cx_0^2 - \varepsilon_1 a^2}{Cx^2 - \varepsilon_1 a^2}, \quad (262)$$

где

$$C = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_2. \quad (262a)$$

Подставляя значение $n=1$ в формулу (261), получим время движения вдоль оси y для случая трех скважин:

$$t = \frac{\pi m}{C_1 q'} (y_0^2 - y^2) + \frac{2\pi ma^2 \varepsilon_2}{C^2 q'} \ln \frac{Cy_0^2 + \varepsilon_1 a^2}{Cy^2 - \varepsilon_1 a^2}, \quad (263)$$

где C имеет то же значение — см. формулу (262a).

Если бы все три скважины были равнодебитны, то можно было бы положить $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$; тогда $C=3$; из формул (262) и (263) мы бы получили, соответственно, формулы (244) и (243).

Перейдем к случаю цепочки из пяти скважин. Полагая в формуле (260) $n=2$, мы получим время движения вдоль оси x :

$$t = \frac{\pi m}{C_1 q'} (x_0^2 - x^2) - \left. \begin{aligned} & \frac{2\pi ma^2 A}{C_1^2 q'} \ln \frac{C_1 x_0^2 - A' a^2}{C_1 x^2 - A' a^2} - \\ & - \frac{2\pi ma^2 B}{C_1^2 q'} \ln \frac{C_1 x_0^2 - B' a^2}{C_1 x^2 - B' a^2} \end{aligned} \right\} \quad (264)$$

где $C_1 = \varepsilon + 2\varepsilon_2 + 2\varepsilon_3$,

$$\left. \begin{aligned} A' &= \frac{1}{2} [5\varepsilon_1 + 8\varepsilon_2 + 2\varepsilon_3 + \sqrt{9\varepsilon_1 + 64\varepsilon_2^2 + 4\varepsilon_3^2 + 48\varepsilon_1\varepsilon_2 - 12\varepsilon_1\varepsilon_3 + 32\varepsilon_2\varepsilon_3}], \\ B' &= \frac{1}{2} [5\varepsilon_1 + 8\varepsilon_2 + 2\varepsilon_3 - \sqrt{9\varepsilon_1 + 64\varepsilon_2^2 + 4\varepsilon_3^2 + 48\varepsilon_1\varepsilon_2 - 12\varepsilon_1\varepsilon_3 + 32\varepsilon_2\varepsilon_3}], \\ A &= \frac{(1+2B'-2A')(\varepsilon_2 + 4\varepsilon_3) - 8(\varepsilon_1\varepsilon_2 + 2\varepsilon_2^2 + 4\varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_3 + 2\varepsilon_3^2)}{2(A' - B')}, \\ B &= \frac{(4\varepsilon_3 - \varepsilon_2) + 8(\varepsilon_1\varepsilon_2 + 2\varepsilon_2^2 + 4\varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_3 + 2\varepsilon_3^2)}{2(A' - B')}. \end{aligned} \right\} \quad (265)$$

Формулы (264)–(265) имеют громоздкий вид, но они не будут расчетными; нас будет интересовать только структура формулы (264).

Полагая $n=2$ в формуле (261), мы получим время движения вдоль оси y для случая пяти скважин:

$$t = \frac{\pi m}{C_1 q'} (y_0^2 - y^2) + \frac{2\pi ma^2 A}{C_1^2 q'} \ln \frac{C_1 y_0^2 + A' a^2}{C_1 y^2 + A' a^2} + \frac{2\pi ma^2 B}{C_1^2 q'} \ln \frac{C_1 y_0^2 + B' a^2}{C_1 y^2 + B' a^2}, \quad (266)$$

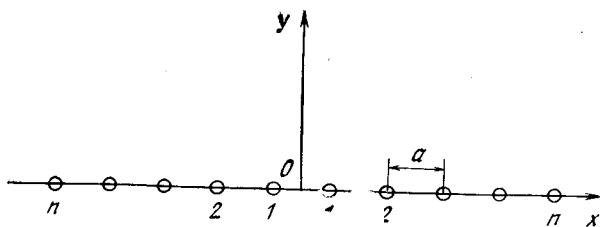


РИС. 44

где C_1 , A , A' , B , B' определяются теми же формулами (265).

Зная характеристическую функцию (258) и задаваясь граничными условиями, мы бы смогли определить дебиты скважин нашей цепочки; однако полученные таким путем формулы дебита оказываются достаточно сложными; мы их здесь разбирать не будем — см. § 48 книги [3]. Далее рассмотрим приближенную формулу для дебита скважин.

II. Четное число скважин.

Рассмотрим такой случай, когда в прямолинейной цепочке содержится четное число скважин $2n$. Равные расстояния между соседними скважинами обозначим опять через a ; начало координат O поместим между двумя средними скважинами цепочки (рис. 44).

Дебиты каждой из двух скважин, симметричных относительно начала координат, будем считать одинаковыми (эти скважины на рис. 44 обозначены одинаковыми номерами). В силу полной симметрии ось y будет служить нейтральной (водораздельной) линией тока, а начало координат — одной из точек равновесия.

Характеристическая функция течения будет иметь вид:

$$F(z) = -\frac{q'}{2\pi} \left\{ \left[z^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right]^{\varepsilon_1} \left[z^2 - \left(\frac{3a}{2} \right)^2 \right]^{\varepsilon_2} \dots \left[z^2 - \left(\frac{2n-1}{2} a \right)^2 \right]^{\varepsilon_n} \right\}, \quad (267)$$

где дебит скважины с номером j принят равным:

$$q_j' = \varepsilon_j q'. \quad (268)$$

Из формул (90) и (267) получим время движения вдоль любой линии тока:

$$t = -\frac{\pi m}{q'} \int_L \frac{d\tilde{z}}{z \sum_{j=1}^n \frac{\varepsilon_j}{z^2 - \left(\frac{2j-1}{2} a \right)^2}}. \quad (269)$$

Время движения вдоль оси x получим, положив $y=0$ в формуле (269):

$$t = - \frac{\pi m}{q'} \int_{x_0}^x \frac{dx}{x \sum_{j=1}^n \frac{\varepsilon_j}{x^2 - \left(\frac{2j-1}{2} a\right)^2}}, \quad (270)$$

где x_0 и x — абсциссы начальной и конечной точек.

Время движения вдоль оси y получим, положив $x=0$ в формуле (269):

$$t = - \frac{\pi m}{q'} \int_{y_0}^y \frac{dy}{y \sum_{j=1}^n \frac{\varepsilon_j}{y^2 - \left(\frac{2j-1}{2} a\right)^2}}. \quad (271)$$

Рассмотрим сначала частный случай цепочки из четырех скважин.

Положив $n=2$ в формулах (270) и (271) и выполнив интеграцию, мы получим время движения вдоль осей x и y к цепочке из четырех скважин в таком виде:

$$t = \left. \begin{aligned} & \frac{\pi m}{2q'(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} (x_0^2 - x^2) - \frac{9\pi m a^2}{4q'(9\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \ln \frac{x_0}{x} - \\ & - \frac{8\pi m a^2 \varepsilon_1 \varepsilon_2}{q'(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(9\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \ln \frac{4(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2 x_0^2 - (9\varepsilon_1 + \varepsilon_2) a^2}{4(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2 x^2 - (9\varepsilon_1 + \varepsilon_2) a^2} \end{aligned} \right\}, \quad (272)$$

$$t = \left. \begin{aligned} & \frac{\pi m}{2q'(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} (y_0^2 - y^2) + \frac{9\pi m a^2}{4q'(9\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \ln \frac{y_0}{y} + \\ & + \frac{8\pi m a^2 \varepsilon_1 \varepsilon_2}{q_1(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(9\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \ln \frac{4(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2 y_0^2 + (9\varepsilon_1 + \varepsilon_2) a^2}{4(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2 y^2 + (9\varepsilon_1 + \varepsilon_2) a^2} \end{aligned} \right\}. \quad (273)$$

Если бы мы в формулах (270) и (271) положили $n=3$, то пришли бы к случаю шести скважин. Для шести скважин формулы времени движения вдоль осей x и y оказываются в том же смысле сложнее формулы четырех скважин (272) и (273), в каком формулы (264) и (266) для пяти скважин сложнее формул (262) и (263) для трех скважин (т. е. усложняются коэффициенты и добавляется еще один логарифмический член).

Выписывать формулы времени для шести скважин мы не будем, ограничиваясь этим замечанием. Не будем также разбирать формулы дебита; они довольно громоздки. Далее укажем приближенную формулу дебита. Заметим, что в книге [3] выведены формулы дебита в общем виде, но там характеристическая функция была иной — несколько более сложной, ибо мы пользовались методом отображения источников-стоков, который, в целом ряде вопросов, позволяет получать более точные результаты (см. конец § 17 главы III данной работы).

§ 31. АНАЛИЗ ФОРМУЛ ВРЕМЕНИ; ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ О ХАРАКТЕРЕ СЯГАНИЯ КОНТУРА НЕФТЕНОСНОСТИ

Проанализируем формулы для времени движения жидкости вдоль различных линий тока, выведенные в предыдущем параграфе.

I. Полагая в формулах (262)—(263) $\varepsilon_1=1$, $\varepsilon_2=0$ и заменяя q' через q , мы из формул (262)—(263) получаем одну и ту же формулу (100) для времени движения к одной скважине вдоль любой линии тока (вдоль радиуса):

$$t = \frac{\pi m}{q'} (r_0^2 - r^2), \quad (100)$$

где r_0 и r —расстояния от центра скважины до начальной и конечной точек пути; q —дебит скважины. Судя по формуле (100), время движения к одной скважине, в зависимости от расстояния r , меняется по параболическому закону. Заметим пока, что во всех формулах времени, выведенных в предыдущем параграфе, присутствуют подобные, «параболические члены»—первые члены формул.

II. Полагая $\varepsilon_2=0$, $\varepsilon_1=1$ и $a=2h$ в формулах (272) и (273), мы из них получаем формулы времени (122) и (123) для притока жидкости к двум скважинам вдоль осей x и y .

III. Логарифмические члены, входящие в формулы времени движения вдоль оси x для какого-либо числа скважин, отличаются от логарифмических членов, входящих в формулы движения вдоль оси y для того же числа скважин, только знаками коэффициентов.

IV. При нечетном числе скважин логарифмические члены, входящие в формулы движения вдоль оси y , имеют всюду конечное значение; логарифмические же члены, входящие в формулы движения вдоль оси x , принимают бесконечно большие значения для точек равновесия, расположенных между скважинами.

Отличие от четного числа скважин состоит в том, что начало координат является точкой равновесия и для оси x , и для оси y . Вдоль оси x , вне отрезка между скважинами, логарифмические члены никаких особенностей не представляют.

V. Для движения вдоль оси x , вне отрезка между скважинами, логарифмические члены имеют ускоряющее значение—они вычитаются из первого параболического члена. Для движения вдоль оси y они имеют, наоборот, замедляющее значение, ибо они прибавляются к первому параболическому члену.

VI. Для оценки влияния этих логарифмических членов составим таблицу движения частиц жидкости вдоль оси y и вдоль оси x . Подсчитаем: какое время будет затрачиваться частицей жидкости, чтобы пройти определенные пути вдоль осей x и y ? Отсчитывать эти пути будем от тех точек, которые отстоят от нача-

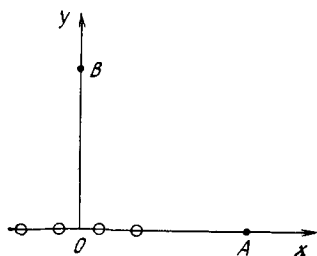


РИС. 45

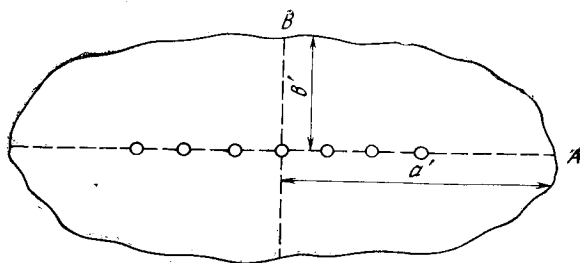


РИС. 46

ла координат на расстоянии 1000 м, причем следует напомнить, что при нечетном числе скважин начало координат берется в центре средней скважины, а при четном числе — в середине расстояния между средними скважинами. Расстояние между скважинами принимаем равным 100 м, радиус скважины $R_1 = 10$ см, расстояние до области питания $R_0 = 10$ км.

Для ясности прилагается рис. 45, отвечающий случаю четырех скважин¹. Исходными положениями частиц жидкости, движущихся вдоль осей x и y в направлении к скважине, являются точки A и B , так что $AO = BO = 1000$ м.

Таблица 23
(см. рис. 45)

Число скважин	Путь, пройденный от точки A , м			
	200	400	600	800
1	7600	13510	17710	20270
2	5130	9110	11870	13480
3	4500	7960	10430	11900
4	4020	7140	9310	10610
5	3700	6560	8580	—
6	3435	6040	7840	—

Таблица 24
(см. рис. 46)

Число скважин	Путь, пройденный от точки B , м			
	200	400	600	800
1	7600	13510	17710	20270
2	5160	9150	12080	13720
3	4520	7990	10530	12350
4	4060	7240	9490	10910
5	3750	6670	8810	10080
6	3510	6150	8010	9310

¹ Рис. 45 приведен для наглядности и выполнен не в масштабе.

Табл. 23 относится ко времени движения вдоль оси x , а табл. 24 ко времени движения вдоль оси y . Данные таблиц подсчитаны с помощью формул времени, выведенных в предыдущем параграфе; кроме того, были использованы формулы дебита, которые мы здесь из-за громоздкости не выписываем.

При подсчетах по этим формулам мы положили $x_0=1000$ м и $y_0=1000$ м. В таблицах приведено значение времени, выраженное в таких единицах:

$$\frac{\mu\pi}{k(p_0 - p_1)} \text{ сут.}$$

Иными словами, беря приведенное в таблице число, умножая его на вязкость μ , выраженную в сантипуазах, и число $\pi=3,141$, а затем деля это произведение на проницаемость k в дарси и перепад давления в атмосферах, мы получаем время в сутках. Например, для случаев шести скважин время движения вдоль оси x , на расстояние 400 м от точки A , указано в таблице такое: 6040; число суток для $\mu=1$ сП, $k=1$ Д, $(p_0 - p_1)=10$ ат, определяем так:

$$6040 \times \frac{1 \cdot 3,141}{1 \cdot 10} \cong 1897 \text{ сут.}$$

Сравнивая табл. 23 и 24, мы замечаем, что время движения вдоль оси x очень мало отличается от времени движения вдоль оси y особенно на более далеких расстояниях от скважин. Но ведь формулы движения вдоль этих осей отличаются только знаками коэффициентов при логарифмических членах; приблизительное совпадение данных табл. 23 и 24 указывает на то, что логарифмические члены оказывают малое влияние (по крайней мере, на достаточном расстоянии от цепочки скважин).

Следовательно, наибольшее значение в формулах времени имеют параболические члены. А отсюда сразу вытекает весьма важный вывод; если в начальный момент эксплуатации пласта прямолинейной цепочкой скважин контур нефтеносности находится от середины цепочки скважин на более близком расстоянии вдоль оси y , чем вдоль оси x (считая, что скважины расположены цепочкой вдоль оси x), то вдоль оси y появляется интенсивный язык обводнения и центральные скважины обводняются задолго до того, как из пласта выбрана вся нефть. Действительно, пусть контур нефтеносности имеет заметно овально-вытянутую форму (см. рис. 46), а скважины расположены вдоль длинной оси овала. Упрощая вопрос, мы можем рассуждать (грубо говоря) так: расстояние от контура нефтеносности до центра овала входит во второй степени в параболические члены формул времени. Следовательно при $a' > b'$ вершина B стягивающегося овально-го контура нефтеносности будет двигаться к скважинам значительно быстрее, чем вершина A (за исключением тех периодов, когда A попадает в ближайшие окрестности к скважинам). Таким образом, вполне подтверждаются все те выводы о невыгод-

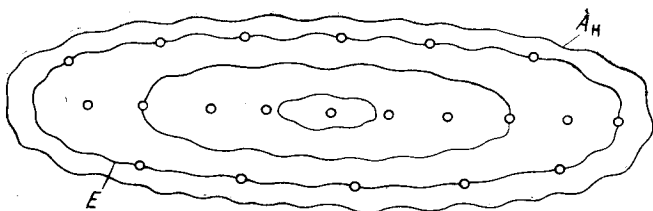


РИС. 47

ности одновременной эксплуатации вытянутой брахиантиклинальной залежи прямолинейной цепочкой скважин, проведенной вдоль длинной оси складки, которые были сделаны на основании точного анализа работы трех скважин, в конце § 29.

Тем более невыгодной, по-видимому, будет такая расстановка скважин внутри заметно овально-вытянутого контура нефтеносности, когда скважины располагаются не только вдоль оси антиклинали, но еще и кольцами вдоль одной или нескольких изогипс пласта (рис. 47).

Отнюдь не следует думать, что скважины, расположенные вдоль контура E , находящегося всюду на одинаковом расстоянии от первоначального контура нефтеносности A_n , обводняются одновременно. Даже если бы работали только скважины вдоль контура E и больше никаких скважин на длинной оси овала не было—и то контур нефтеносности стягивался бы вдоль короткой оси овала быстрее, чем вдоль длинной. Скважины, расположенные вдоль контура E , ближе к короткой оси овала, не только сами скорее обводняются, но и будут способствовать подтягиванию языка обводнения к центральной части пласта. Дальнейший анализ способа расстановки скважин продолжим в конце главы.

§ 32. ПРИБЛИЖЕННАЯ ФОРМУЛА ДЕБИТА СКВАЖИН ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ ЦЕПОЧКИ (БАТАРЕИ)

В § 29 мы вывели формулу дебита (252) для того случая, когда прямолинейная батарея состоит из трех равнодебитных скважин. Для случая трех неравнодебитных скважин формула дебита каждой из трех скважин получается более сложной. Тем более громоздкими получаются формулы дебита при большем числе скважин, составляющих прямолинейную цепочку, хотя метод их вывода несложен и представляет простое обобщение того метода, который мы использовали в § 29 для случая трех скважин. Приводить здесь эти формулы дебита мы не будем из-за их громоздкости. Студент Днепропетровского университета П. П. Голосов, которому пришлось, по нашему заданию, проводить расчеты по упомянутым формулам, подметил в них характерные особенности и сконструировал следующую приближенную формулу суммарного дебита q_c' прямолинейной батареи нечетного числа

(2n+1) скважин при их совместной работе (все скважины взяты с равными противодавлениями):

$$q_c' = \frac{(2n+1) 2\pi k (p_0 - p_1)}{\mu \left[\ln \frac{R_0}{R_1} + \sum_{j=1}^n \ln \frac{R_0^2}{(ja)^2} \right]}. \quad (274)$$

Обозначения здесь те же, что и в формуле (252) и во всех формулах предыдущих глав.

Из этой формулы при $n=1$ с большой степенью точности получается формула (252) для дебита q' каждой из трех равнодебитных скважин; следует только помнить, что в этом случае $q_c' = 3q'$ (совершенно точно формула (252) и не могла получиться из формулы (274), ибо последняя относится к случаю скважин с одинаковыми противодавлениями).

При $n=0$ мы получаем из формулы (274) формулу Дюпюи для дебита одной скважины.

Для четного числа $2n$ скважин в прямолинейной батарее П. П. Голосов предложил такую формулу (так же, если все скважины имеют одинаковое противодавление p_1):

$$q_c' = \frac{4\pi k (p_0 - p_1)n}{\mu \left[\ln \frac{R_0^2}{aR_1} + \sum_{j=2}^n \ln \frac{R_0^2}{j(j-1)a^2} \right]}. \quad (275)$$

Из этой формулы при $n=1$ мы получаем совершенно точно формулу (130) для дебита каждой из двух равнодебитных скважин.

Сопоставив результаты подсчетов по точным (здесь не приводимся) и приближенным формулам (274) и (275) для 3, 4, ..., 8 скважин, П. П. Голосов нашел, что при $a=100$ м или $a=500$ м и при $R_1=10$ см, $R_0=10$ км, ошибка в подсчетах в среднем не превышает 3—4 %. Пользуясь этими приближенными формулами, можно проследить за изменением суммарного дебита скважин прямолинейной батареи с увеличением их числа.

Возьмем такой пример: предположим, что нам надо расставить какое-то число скважин вдоль прямолинейного отрезка длиной 6 км. Поставим сначала вдоль всего этого отрезка 11 скважин на расстоянии 600 м друг от друга и суммарный дебит 11 скважин примем за 100 %. В табл. 25 приведен суммарный дебит 15—59 скважин (всякий раз две скважины ставятся на краях шестикилометрового прямолинейного отрезка, а остальные — на равных расстояниях друг от друга) в процентах по отношению к дебиту 11 скважин.

Из таблицы видим, что с увеличением числа скважин прямолинейной цепочки определенной длины суммарный дебит растет весьма медленно. Это вполне согласуется с тем результатом, который мы получили для скважин кольцевой батареи в главе IV.

Рассмотрим еще такой случай расстановки скважин, с которым мы дальше встретимся. Имеем две группы скважин по n



РИС. 48

Т а б л и ц а 25

Число скважин	Суммарный дебит, %		Число скважин	Суммарный дебит, %	
	$R_0 = 10^5 R_1$	$R_0 = 5 \cdot 10^5 R_1$		$R_0 = 10^5 R_1$	$R_0 = 5 \cdot 10^5 R_1$
11	100	100	23	111,9	107,5
15	106,7	104,1	29	115,5	109,1
19	108,7	106,1	59	118,1	113,0

скважин в каждой; все $2n$ скважин расположены вдоль прямолинейного отрезка; одна группа скважин расположена по одну сторону от середины O отрезка, вторая — по другую, симметрично скважинам первой группы. Расстояние между скважинами равно a , расстояние между ближайшими (внутренними) скважинами составляет $2d$ (рис. 48).

Приближенная формула для суммарного дебита такой группы $2n$ скважин будет такова:

$$q_c' = \frac{4\pi nk(p_0 - p_1)}{\mu \left\{ \ln \frac{R_0^2}{2dR_1} + \sum_{j=2}^n \ln \frac{R_0^2}{(j-1)a[(j-1)a + 2d]} \right\}}. \quad (276)$$

Все скважины взяты с одинаковыми противодавлениями.

§ 33. ПРИБЛИЖЕННЫЙ АНАЛИЗ ПОЛЗУЩЕ-СГУЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЫ РАССТАНОВКИ СКВАЖИН ВДОЛЬ ДЛИННОЙ ОСИ ОВАЛЬНО-ВЫТАНУТОГО КОНТУРА НЕФТЕНОСНОСТИ

В конце § 29 и 31 было упомянуто, что сразу располагать скважины прямолинейной батареи вдоль длинной оси первоначального овально-вытянутого контура нефтеносности нерационально; при такой системе расстановки центральные скважины обводняются задолго до того, как из пласта выбрана вся нефть; языки обводнения, подтягивающиеся вдоль короткой оси овала к его центру, разобщают область нефтеносности на отдельные поля.

Рассмотрим здесь другую, по некоторым показателям более рациональную систему расстановки скважин, о которой также упоминалось в конце § 29: будем располагать скважины вдоль длинной оси контура нефтеносности, следуя ползуще-сгущающейся системе в направлении от вершин овального первоначального контура нефтеносности к его центру. Первые две группы, состоя-

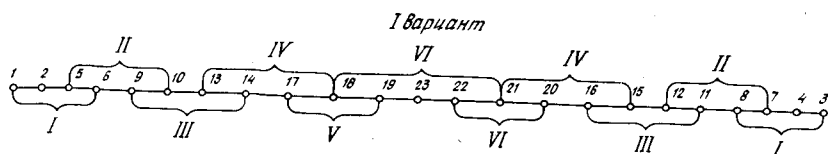


РИС. 49 а

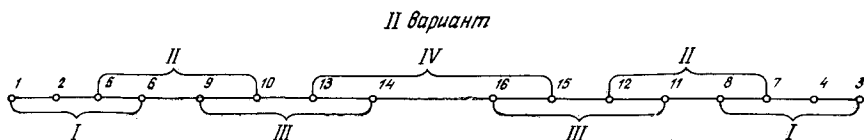


РИС. 50 а

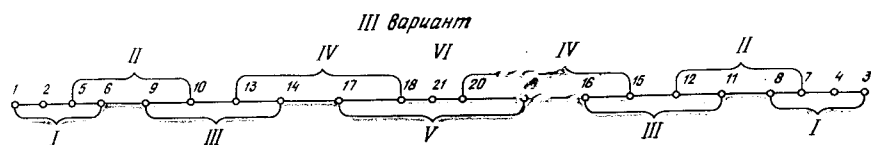


РИС. 51 а

щие из небольшого числа скважин, расположим симметрично по отношению к центру пласта, вдали от него, на длинной оси овала. На рис. 49 а, 50 а, 51 а в каждую из этих групп вошло по четыре скважины; в левой части — скв. 1, 2, 5 и 6, в правой — скв. 3, 4, 7, 8. Первые две группы скважин надо располагать на таком расстоянии от вершины первоначального контура нефтеносности, чтобы при его стягивании обводнение началось с крайних внешних скважин каждой группы. Период работы первых двух групп скважин назовем первой стадией эксплуатации. После того, как одна или две внешние скважины в каждой группе обводнятся, прекращаем их эксплуатацию и вводим в эксплуатацию по одной или две новых скважины в каждой группе, расположенных ближе к центру пласта; с этого момента начинается вторая стадия эксплуатации, во время которой в каждой группе работают столько же скважин, сколько и в первой стадии. В наших расчетах, которым соответствуют рис. 49—51, I стадия продолжалась до тех пор, пока не обводнялись две внешних скважины в каждой группе и во II стадии вводилось по две новых скважины. Продолжая такой же процесс, в той же последовательности, дальше, мы, наконец, придем к последней стадии эксплуатации, когда обе группы скважин сомкнутся в центре пласта — на рис. 49а и 51а это отмечено как VI стадия, на рис. 50а — как IV стадия. Число скважин в каждой из двух групп, на каждой стадии, должно быть не более трех-четыре-пяти и расстояния между ними должно быть, на первых стадиях, порядка 200—300 м; в последующих стадиях — порядка 300—400 м. Несоблюдение этих условий вле-

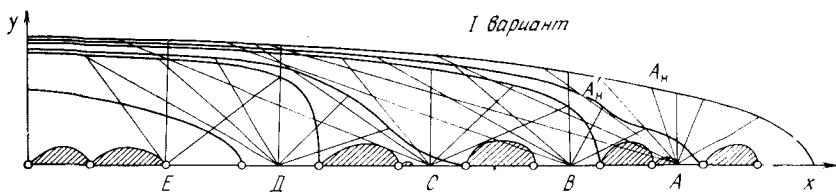


РИС. 49

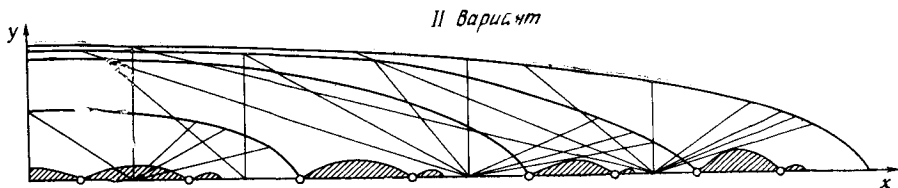


РИС. 50

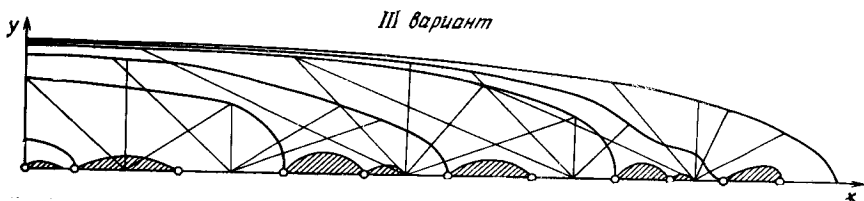


РИС. 51

чет увеличение целиков нефти, которые остаются после обводнения скважин, т. е. контур нефтеносности стягивается хуже, менее равномерно. Чтобы суммарный дебит всех скважин оставался бы примерно неизменным, во время перехода от одной стадии эксплуатации к другой, нужно в последних стадиях эксплуатации, при сближении обеих групп скважин около центра пласта, увеличить расстояние между соседними скважинами в каждой группе, дабы тем несколько ослабить эффект интерференции (в самой последней стадии, когда обе группы смыкаются, расстояние между центральными скважинами может оказаться меньше). Такова рекомендуемая нами система расстановки скважин в условиях резко овально-вытянутого первоначального контура нефтеносности¹.

По нашему заданию, П. П. Голосов провел приближенный расчет работы скважин, расставленных по описанной системе.

В качестве типового примера мы выбрали пласт, в котором залежь нефти ограничена контуром нефтеносности, имеющим первоначально форму эллипса с полуосями 300 и 500 м.

¹ Критические замечания по поводу этой рекомендации смотреть в подстрочном примечании в конце данной главы.

Подобная форма первоначальных контуров нефтеносности характерна для продуктивных пластов с брахиантиклинальной структурой: таковы, например, XIII и XVI пласты Ново-Грозненского района.

Было рассмотрено три варианта расстановки скважин. Различие между исследованными вариантами вполне ясно из табл. 26—29 и рис. 49а—51а и 49—51.

Рис. 49а, 49 и табл. 26 относятся к первому варианту. Рис. 50а, 50 и табл. 27 — ко второму варианту. Рис. 51а, 51 и табл. 28 — к третьему варианту. Табл. 29 — сводная.

Расстояния между скважинами брались в каждом из вариантов различные.

I вариант. Расстояния между соседними скважинами 1, 2, 5, 6 и между соседними скважинами 3, 4, 7 и 8 равны 200 м; расстояния между соседними скважинами 6, 9, 10, 13 и между соседними скважинами 8, 11, 12, 15 равны 250 м; расстояния между соседними скважинами 13, 14, 17, 18, 19 и 15, 16, 20, 21, 22 равны 300 м; расстояния между скважинами 19, 23, 22 равны 250 м.

II вариант. Расстояния между соседними скважинами 1, 2, 5, 6 и между соседними скважинами 3, 4, 7, 8 равны 300 м; рассто-

Таблица 26
(I вариант)

Номер стадии	Число скважин	Номер скважины	q'_c	t	S
1	8	1—8	17,72	8,95	15,88
2	8	5—12	17,41	2,73	4,74
3	8	9—16	16,81	13,1	22,01
4	8	13—21	15,67	1,8	2,8
5	6	17—22	13,08	12	15,7
6	5	18—19 21—23	12,91	10,62	13,7
Всего	23	1—23	—	49,2	74,83

Таблица 27
(II вариант)

Номер стадии	Число скважин	Номер скважины	q'_c	t	S
1	8	1—8	18,41	10	18,41
2	8	5—12	18,17	10	18,17
3	8	9—16	17,21	18,5	31,15
4	4	13—16	12,11	13,15	15,98
Всего	16	1—16	—	51,65	83,71

Таблица 28
(III вариант)

Номер стадии	Число скважин	Номер скважины	q'_c	t	S
1	8	1—8	17,72	8,95	15,7
2	8	5—12	17,88	2,55	4,56
3	8	9—16	16,81	15,23	25,65
4	8	13—20	14,93	13,08	22,5
5	4	17—20	10,49	20,9	21,7
6	1	21	2,36	3	0,71
Всего	21	1—21	—	63,71	90,82

Таблица 29

Номер варианта	Расстояние между скважи- нами, м	Число скважин	Площадь целиков $\sigma_{ц}$, %	T , годы	Добыча S , 10^4 м ³
I	200—250—300	23	14	13,85	74,83
II	300—400	16	14	14,17	83,71
III	200—300—400	21	10	17,45	90,82

яния между соседними скважинами 6, 9, 10, 13, 14, 16 и между соседними скважинами 8, 11, 12, 15, 16 равны 400 м.

III вариант. Расстояния между соседними скважинами 1, 2, 5, 6 и между соседними скважинами 3, 4, 7, 8 равны 200 м; расстояния между соседними скважинами 6, 9, 10, 13, 14 и между соседними скважинами 8, 11, 12, 15, 16 равны 300 м; расстояния между соседними скважинами 14, 17, 18 и между соседними скважинами 16, 19, 20 равны 400 м; расстояния между скважинами 18, 21, 20 равны 200 м.

В табл. 26—28 суммарный дебит скважин и добыча подсчитывались на 1 м мощности пласта. Суммарный дебит q'_c подсчитывается в таких единицах:

$$\frac{k(p_0 - p_1)}{\mu} \text{ м}^3/\text{сут.}$$

Это означает следующее: если взять приведенную в таблице цифру суммарного дебита, умножить ее на проницаемость пласта k в дарси, на перепад давления $(p_0 - p_1)$ в атмосферах и разделить ее на вязкость нефти в сантипуазах, то получится суммарный дебит в м³/сут. Продолжительность t срока отдельных стадий эксплуатации пласта подсчитана в таких единицах:

$$10^3 \frac{\mu}{k(p_0 - p_1)} \text{ сут,}$$

где μ должно быть измерено в сантипуазах, k — в дарси и $(p_0 - p_1)$ — в атмосферах.

Добыча S из скважин за время отдельной стадии эксплуатации и за все время эксплуатации подсчитывалась в 10^4 м³.

При составлении табл. 26—28 было принято: радиус скважины $R_1=10$ см, расстояние от области расположения скважин до области питания $R_0=10$ км, пористость $m=0,15$.

В сводной табл. 29 добыча жидкости S также отнесена к 1 м мощности пласта и выражена в 10^4 м³. Продолжительность эксплуатации (продолжительность всех стадий T) выражена в годах. Подсчет времени T сделан при следующих данных: $R_0=10$ км; $R_1=10$ см; $k=1$ Д (1 мкм²); $\mu=1$ сП (1 МПа·с); $m=0,15$; $(p_0-p_1)=10$ ат (1 МПа). Площадь целиков σ_c выражена в процентах по отношению к площади, заключенной внутри всего первоначального эллиптического контура нефтеносности A_n с полуосями $a'=3$ км и $b'=500$ м. Площадь подобного эллипса равна $\sigma_0=\pi a'b'=47,1 \cdot 10^5$ м²; количество нефти в 1 м мощности (толщины) пласта внутри контура нефтеносности при эффективной пористости $m=0,15$ будет равно $S_0=m\sigma_0=70,7 \cdot 10^4$ м³. Площадь целиков σ_c при составлении табл. 29 подсчитывалась приближенно-графически, как площадь заштрихованных участков на рис. 49—51.

Все расчеты, связанные с составлением табл. 26—29 и рис. 49—51, проводились, как было указано, с помощью весьма приближенных графоаналитических методов.

Именно: дебиты скважин определялись по приближенной формуле (276).

При подсчетах времени и стягивания контура нефтеносности П. П. Голосов пользовался такими приближенными приемами.

В первых стадиях эксплуатации мы имеем в каждой из двух групп по четыре скважины. Группы эти, находясь на большом расстоянии одна от другой, сравнительно мало влияют друг на друга. Поэтому для каждой группы можно было использовать формулы времени (243) и (244) для случая четырех скважин; с помощью формулы (244) подсчитывалось время движения частицы жидкости по оси x (длинной оси овала) от вершины контура нефтеносности на этой оси до крайней внешней скважины группы из четырех скважин; этим и определялась продолжительность каждой стадии эксплуатации. По формуле (243) подсчитывалось время движения контура нефтеносности к группе четырех скважин вдоль линий, перпендикулярных оси x и проходящих через точки A, B, C, D — см. рис. 49 (рис. 50 и 51 построены аналогично). При определении времени стягивания контура нефтеносности вдоль оси y (короткой оси первоначального контура нефтеносности) каждая из групп четырех скважин заменялась одной, равнодебитной всей группе, скважиной, расположенной в середине группы, т. е., например, расположенной в точках A, B, C, D на рис. 49; таким образом, восемь скважин обеих групп заменялись двумя скважинами и по формуле (122) главы III определялось стягивание контура нефтеносности вдоль оси y . Это приближение достаточно хорошее. Чтобы проследить более подробно за характе-

ром стягивания контура нефтеносности, каждая из двух групп скважин, на какой-либо стадии эксплуатации, заменялась одной скважиной, равнодебитной всей группе и лежащей в середине группы. На первой стадии эксплуатации такая скважина помещалась в точке A , на второй — в точке B (см. рис. 49) и т. д.

Из этих точек $A, B, C \dots$ проводились лучи, которые служили линиями тока воображаемой скважины. Пользуясь формулой (100), можно было определить положение контура нефтеносности на каждом из этих лучей к концу соответственной стадии эксплуатации. На рис. 49—51 жирными линиями нанесены последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности к концу каждой стадии эксплуатации, в одном квадранте области нефтеносности. A_n — первоначальный контур нефтеносности (см. рис. 49), A'_n — контур к концу первой стадии эксплуатации и т. д. Целики, которые остаются между скважинами к моменту их обводнения, заштрихованы (форма их и размеры установлены приближенно).

На рис. 49а, 50а и 51а даны схемы расстановки скважин вдоль длинной оси первоначального эллиптического контура нефтеносности, с указанием стадии эксплуатации и нумерации скважин. Рис. 49а отвечает рис. 49, рис. 50а — рис. 50 и рис. 51а — рис. 51, причем следует помнить, что на рис. 49—51 взят только один квадрант эллипса, так что показаны скважины, расположенные только вдоль одной длинной полуоси.

По табл. 26—29 легко заметить, что за все стадии эксплуатации из скважин отбирается жидкости (нефти и воды) больше, чем $S_0 = 70,7 \cdot 10^4$ м³, т. е. больше, чем было нефти внутри первоначального контура нефтеносности; несмотря на это, в пласте еще остаются целики нефти. Причина подобного обстоятельства заключается в том, что каждую следующую стадию эксплуатации мы начинаем тогда, когда не одна, а две внешние скважины, в каждой из двух групп скважин, обводняются. Например, вторая стадия эксплуатации начинается лишь после того, как обводняются скв. 1 и 2 в одной группе (левой) и скв. 3 и 4 — в другой группе (правой). Однако скв. 1 и 3 обводняются не одновременно со скв. 2 и 4, а несколько раньше последних названных скважин. Поэтому, после того, как скв. 1 и 3 обводняются, они будут уже давать и нефть и воду до того, как обводнятся скв. 1 и 3. То же можно сказать и о последующих стадиях эксплуатации. Таким образом, к концу последней стадии эксплуатации из пласта оказывается отобранной большая часть нефти и некоторое, сравнительно небольшое, количество воды; некоторое количество нефти (меньшее, чем отобрано воды) остается в целиках. Конечно, можно было бы, продолжив эксплуатацию, отобрать из пласта почти всю нефть, но для этого пришлось бы отбирать большое количество воды.

Сравнивая между собой три разобранные выше варианта, мы видим, что второй вариант имеет такие преимущества перед первым: при меньшем количестве скважин (см. сводную табл. 29)

мы оставляем в пласте такую же площадь целиков и заканчиваем эксплуатацию почти за тот же срок; правда, количество взятой с нефтью воды больше, чем при первом варианте.

При третьем варианте мы достигаем большего отбора нефти из пласта, т. е. меньшей площади целиков, но за счет удлинения срока эксплуатации и большего отбора воды.

Приведенный здесь графо-аналитический метод довольно кустарен и приближителен; мы его использовали лишь для ориентировочных оценок. Разрабатывать более точный метод будет иметь смысл лишь тогда, когда будет решена пространственная задача, т. е. учтено явление конинга, наличие подошвенной воды, наклон пласта.

Кроме того, следует отметить, что все расчеты в данной главе мы проводили без учета разности в вязкостях нефти и краевой воды. Если же эту разность учесть, то, как это было показано в главе I и в § 25 главы IV, подсчитанные нами в табл. 26—29 сроки эксплуатации сократились бы не менее, чем на 25—30 %, зато увеличилась бы площадь целиков и количество воды, добытой с нефтью. Все же все эти дефекты приближенного графо-аналитического метода, разобранных в данном параграфе, не могут существенно повлиять на принципиальную сторону дела: предлагаемая здесь схема ползуще-сгущающейся системы расстановки скважин вдоль длинной оси брахиантиклинальной структуры является, по-видимому, вполне рациональной, если за критерий рациональности принять только один фактор — обеспечение возможно более равномерного стягивания контура нефтеносности.

§ 34. ВЫВОДЫ

В статьях геолога Линдтропа впервые были отмечены характерные особенности нефтеносных пластов, находящихся в условиях водонапорного режима. Существенно заметить, что статьи Линдтропа были опубликованы в СССР задолго до появления капитального труда Герольда, в котором устанавливалась известная и ставшая в начале тридцатых годов общепризнанной классификация режимов нефтеносных пластов. В одной из своих статей¹ Н. Т. Линдтроп рекомендовал, при разработке пластов с водонапорным режимом, закладывать скважины реже, чем это делалось раньше, и располагать их вблизи оси складки. Это совершенно справедливое мнение Линдтропа нашло полное подтверждение и было подвергнуто дополнительной разработке в заседаниях комиссии академика Губкина². На заседании комиссии академика Губкина, на конкретных примерах эксплуатации XIII и XVI пластов Ново-Грозненского района, были выяснены недостатки ползущей системы разработки от крыльев к своду, недо-

¹ Линдтроп Н. Т. Режим нефтяных фонтанов Ново-Грозненского района. Журн. «Нефтяное и сланцевое хозяйство», № 4, 1925.

² Материалы комиссии акад. Губкина по уточнению запасов нефти и составлению проектов разведки и разработки Ново-Грозненского района, ОНТИ, НКТП, 1932.

статки близкого расположения скважин к контуру нефтеносности и т. д. По этому поводу мы хотим сделать два замечания.

1. Правильные указания комиссии акад. И. М. Губкина, как нам кажется, не совсем верно были воплощены на практике. Действительно, если посмотреть на даты ввода в эксплуатацию скважин XIII и XVI пластов Ново-Грозненского района, легко заметить, что после работы комиссии акад. Губкина скважины бурились вдоль свода — это, конечно, правильно; однако также легко заметить и другое — скважины были пробурены на своде очень плотно — после всего сказанного в данной нашей работе, см. также книгу [3], подобная ошибка уже не нуждается в комментариях.

2. На основании гидродинамического анализа, проведенного в данной главе, мы считаем недостаточным простое указание на необходимость бурить скважины в сводовой части пласта. Если первоначальный контур нефтеносности имеет резко овально-вытянутую форму и если провести прямолинейную цепочку скважин вдоль длинной оси структуры, то центральная часть пласта может подтянуть вдоль короткой оси контура нефтеносности язык обводнения и обводнится до того, как будет выбрана нефть из окрестности соседних скважин прямолинейной цепочки; к моменту обводнения центральных скважин много нефти может остаться в целиках. Правда, тот гидродинамический анализ, который мы провели в предыдущих параграфах и который привел нас к таким выводам, является, конечно, недостаточно полным; мы, например, точно не учитывали того факта, что падение пласта по крыльям складки обычно гораздо более крутое, чем по погружению оси, не учли явления конинга и т. д. Последние (и иные) обстоятельства весьма существенны, их следует учесть и внести поправку в наши рассуждения, но принципиальные, окончательные наши выводы заслуживают внимания. Поэтому мы можем так сформулировать наше второе замечание: в условиях пласта с резко овально-вытянутым и узким первоначальным контуром нефтеносности надо рекомендовать закладывать скважины вдоль оси структуры, но только одна такая рекомендация недостаточна. В конечном счете, действительно, все скважины будут расположены вдоль длинной оси, но надо обязательно указать, что при вводе скважин в эксплуатацию равномерное стягивание контура нефтеносности было бы лучше обеспечено если придерживаться ползуще-сгущающейся системы расстановки скважин с двух сторон вдоль длинной оси овального контура нефтеносности, последовательно добавляя новые скважины ближе к центру пласта, по мере обводнения крайних. При упомянутых условиях, относительно резкой вытянутости узкого овального первоначального контура нефтеносности, введение в эксплуатацию центральных скважин (вблизи наивысшей точки свода) в первых стадиях эксплуатации было бы нерациональным — при работе центральных скважин мы не смогли бы обеспечить равномерного продвижения контура нефтеносности.

В этом состоит сущность нашего второго замечания. В равной мере, наши замечания можно отнести и к совету Герольда, который он дал во время своих консультаций у нас, в СССР¹. Герольду был задан вопрос: что будет называться правильной расстановкой скважин в условиях водонапорного режима? Герольд ответил: «Разбуривая месторождения по оси большим количеством скважин, вы создаете лучшие условия для всего месторождения, но, принимая во внимание экономику, надо считаться со стоимостью бурения и бурить необходимое количество скважин».

Оказывается, согласно проведенному в данной главе анализу, что большое количество скважин, пробуренных вдоль оси и работающих одновременно, отнюдь не создает лучших условий для всего месторождения, не говоря уже об экономической невыгодности подобной системы.

При резкой вытянутости первоначального узкого овального контура нефтеносности, при длине его короткой оси порядка 1 км и при достаточно хорошей проницаемости пласта, порядка около 1 Д и выше, вполне достаточно ограничиться бурением скважины только вдоль длинной оси контура нефтеносности, но обеспечивать ввод скважин в эксплуатацию надо в направлении от его краев к центру, т. е. по схеме, которую мы описали в предыдущих параграфах данной главы. При этих условиях описанная ползуще-сгущающаяся система сможет, без лишних скважин, обеспечить относительно более равномерное стягивание контура нефтеносности, малую площадь целиков к моменту обводнения скважин и практически приемлемый срок эксплуатации. При этих же условиях узкого контура нефтеносности (с короткой малой осью) нет никакого смысла бурить еще скважины вдоль изогипс, ряды, ни от свода к контуру, ни от контура к своду.

При большой ширине овально-вытянутого первоначального контура нефтеносности (при больших размерах его короткой оси) придется, очевидно, провести ряд скважин вдоль какой-либо «срединной» изогипсы и эксплуатировать сначала их, следя за тем, чтобы контур нефтеносности, стягиваясь, не давал языков обводнения, особенно вдоль короткой оси. Затем можно начать вводить в эксплуатацию скважины вдоль длинной оси, согласно описанной схеме.

Так же точно, если первоначальный контур нефтеносности слабо вытянут, то следует как-либо объединить систему расстановки скважин, описанную в главе III для правильной купольной залежи, с такой системой расстановки скважин, какая была описана в данной главе. Иными словами, следует или провести кольцевую батарею скважин и скважины этой батареи, расположенные ближе к более короткой оси структуры, эксплуатировать менее интенсивно, чем те, которые расположены ближе к длинной

¹ «Плановая разработка нефтяных месторождений», вып. II, Труды I Всесоюзного съезда ВНИТо-нефтяников, 1934.

оси, или, проведя кольцевую батарею скважин, можно добавить к ней по одной или по две скважины вне кольцевой батареи на погружении более длинной оси.

Конечно, в нашей работе мы касаемся указаний на выбор системы расстановки скважин лишь при том условии, что пласт уже оконтурен разведочными скважинами. Необходимость использования разведочных скважин как эксплуатационных, обнаружения тектонических нарушений в сплошности пласта, неоднородность в строении пласта, неоднородности в его проницаемости, наличие подошвенной воды вблизи скважин — все это внесет коррективы в рассматриваемые здесь схемы расстановки скважин.

В заключение мы должны заметить, что гидродинамический анализ системы расстановки скважин в условиях брахиантиклинальной залежи с вытянутым контуром нефтеносности значительно более сложен, чем для правильной купольной залежи, и мы его не смогли провести столь подробно. Если в конце последнего параграфа главы III мы должны были констатировать ряд дефектов и неполноту гидродинамического анализа, проведенного нами для случая правильной купольной залежи, то тем более это относится к анализу, проведенному в предыдущих параграфах настоящей главы.

Все вышеизложенное в данной работе и, в частности, в данной главе, следует оценить лишь какое самое небольшое продвижение вперед в области затронутых здесь вопросов. Однако сама по себе проблема расстановки скважин столь важна, решение ее столь актуально необходимо, что даже такое небольшое продвижение может представить известную ценность. Достаточно ознакомиться с недавно вышедшей обзорной статьей И. Ф. Корнеевкова¹, чтобы увидеть: как дорого может стоить государству отсутствие у нас научно обоснованной системы расстановки скважин.

В заключение статьи И. Ф. Корнеевкова справедливо отмечается важность изучения законов движения нефти и воды в пластах, необходимость, при проектировании системы расстановки скважин, предварительных расчетов движения контуров нефтеносности и т. д. Как раз эти вопросы мы и разбирали в данной главе применительно к специальному случаю — последовательной ползуще-сгущающейся системе расстановки скважин вдоль длинной оси узкого овально-вытянутого контура нефтеносности.

Обеспечение условий возможно более равномерного стягивания контура нефтеносности является, конечно, важным, но не единственным и, даже, не решающим критерием рациональности размещения скважин. Поэтому никак нельзя считать приемлемым сформулированные выше рекомендации данной главы по поводу рациональной системы расстановки скважин. Ведь в данной главе рассматривался, во-первых, только один критерий — рав-

¹ Корнеевков И. Ф. О размещении скважин. Журн. «Нефтяная промышленность СССР» № 6, 1940.

номерность стягивания контура нефтеносности; во-вторых, все рассуждения строились на основе весьма идеализированных представлений о процессе вытеснения нефти водой, об однородности пласта и т. п.

Однако проведенное в этой главе исследование отнюдь не лишено интереса: оно позволяет судить о том, как следовало бы расставлять скважины в условиях вытянутой (узкой) брахиантиклинальной складки для обеспечения возможно более равномерного стягивания контура нефтеносности. Кроме того, необходимо, конечно, учесть, что здесь были изложены результаты гидродинамических исследований, которые в таком аспекте, в конце тридцатых годов, проводились впервые.

Многие впервые установленные в данной работе особенности продвижения контура нефтеносности являются совершенно правильными и были впоследствии учтены при более комплексном решении проблемы размещения скважин.

Три последних абзаца — дополнение автора к данному изданию.

ГЛАВА VI

ВЛИЯНИЕ БЛИЗОСТИ СБРОСОВ НА РАБОТУ СКВАЖИН. РАССТАНОВКА СКВАЖИН В УСЛОВИЯХ МОНОКЛИНАЛЬНОЙ ЗАЛЕЖИ, ОСЛОЖНЕННОЙ СБРОСАМИ

§ 35. ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

До сих пор, рассматривая правильную купольную или вытянутую брахиантиклинальную залежь, мы совсем не затрагивали вопроса о влиянии близости сбросов на работу скважин и систему их расстановки.

В предыдущих главах мы считали, что залежь нефти со всех сторон ограничена контуром нефтеносности и законтурная пластовая вода, при его стягивании, может продвигаться по пласту со всех сторон, проталкивая нефть к скважинам. Остается рассмотреть теперь вопрос о влиянии сбросов на работу скважин, а также проблему расстановки скважин в условиях залежи нефти, приуроченной к моноклинальной структуре, осложненной сбросами так, что контур нефтеносности не окружает залежь со всех сторон.

Метод решения задачи о влиянии близости сбросов на работу скважин был указан в главе VIII книги [3]*. Сущность этого метода сводится к следующему: каждый сброс рассматривается как непроницаемая («глухая») стенка, так что при движении жидкости по пласту, в условиях плоской задачи, линия сброса может быть только линией тока; конечно, при этом предполагает-

* Еще раньше мы рассмотрели этот вопрос в своих отчетах по ГрозНИИ за 1936 и 1937 гг.

ся, что амплитуда сброса больше мощности пласта. Если вблизи сброса находится скважина, причем сброс прямолинейный (в плане), то задачу о работе такой скважины можно решить гидродинамически точно, воспользовавшись методом отображения стоков. Иными словами, мы мысленно «зеркально отображаем» в линии сброса, как в зеркале, нашу скважину — сток другой, равнодебитной ей, скважиной-стоком.

Гидродинамическое поле скважины-стока вблизи прямолинейного сброса будет таким же, как гидродинамическое поле (вернее его «половина») двух равнодебитных скважин, расстояние между которыми равно двойному расстоянию от скважины до сброса. В таком поле сброс играет роль нейтральной (водораздельной) линии тока.

Правда, абсолютно точное гидродинамическое решение получается лишь при определенном расположении сброса относительно контура области питания, но при большом расстоянии скважины от этого контура можно с этим не считаться; так же точно, для практических целей, необязательно требовать, чтобы сброс был строго прямолинеен на всем своем протяжении, а достаточно предполагать, что сброс приблизительно прямолинеен только на некотором большом, по сравнению с расстоянием до скважины, участке.

Итак, если контур области питания находится от скважины на большом расстоянии и сброс, хотя бы приблизительно, прямолинеен, то гидродинамическое поле для одной скважины легко установить: линиями тока будут служить гиперболы, а изобарами — овалы Кассини; оба эти семейства линий показаны на рис. 33 книги [3]. Линии тока для случая скважины, расположенной вблизи сброса, можно проследить на одном из чертежей настоящей нашей работы. Именно, принимая линию сброса за ось *y* и помещая скважину слева от сброса, мы можем утверждать, что начерченные пунктиром гиперболы в левой части рис. 16 (не обращая, пока, внимания на начерченные там же сплошные линии) представляют собой линии тока, сходящиеся в нашей скважине; другую скважину, расположенную симметрично первой в правой части чертежа, можно рассматривать как «зеркальное» отображение первой скважины в линии сброса.

Если бы мы захотели учесть положение контура области питания, то решение задачи несколько усложнилось бы; на рис. 44 и 50 книги [3] можно проследить за картиной гидродинамического поля, какая могла бы получиться в некоторых протейших случаях, решенных по методу отображения источников-стоков.

В главе VIII и в § 73 главы XIII книги [3] мы, изучив подробно простейший случай одной скважины вблизи сброса, ограничились указаниями на очевидную возможность обобщения этого случая. Вот здесь мы и поставим перед собой более общую задачу: изучить явления интерференции и другие характерные особенности работы нескольких скважин (и одной скважины) при различных формах сбросовых нарушений в сплошности пласта.

Решив эту задачу, мы можем исследовать другую упомянутую проблему: проблему расстановки скважин в условиях монокли-нальной структуры, когда залежь нефти ограничена сбросами с нескольких сторон.

Большую часть упомянутых только что задач мы будем решать, пользуясь методом отображения стоков; считая, что расстояние до области питания достаточно велико, «условию на внешней границе» мы будем удовлетворять лишь приближенно. Однако погрешность, вносимая этим приближением в решение нашей задачи, измеряется даже не единицами, а долями процентов; об этом было указано в § 17 главы III и подтверждено примерами в § 20 главы IV. Впрочем, некоторые задачи в данной главе мы решим более точно, пользуясь методом отображения источников-стоков, так что сможем сравнить оба метода (см. § 38).

Для удобства чтения настоящей главы теми лицами, которых не интересует математическая разработка вопросов, мы постараемся все выводы и сводные таблицы концентрировать в конце каждого параграфа и затем некоторые общие итоги подведем в последних параграфах данной главы, начиная с § 46.

Вся расчетно-вычислительная часть работы по данной главе выполнена, по нашему заданию, с большой инициативой и добросовестностью студентом 5-го курса механико-математического факультета Днепропетровского государственного университета В. П. Криворотом.

§36. ДЕБИТ СКВАЖИНЫ РАСПОЛОЖЕННОЙ ВБЛИЗИ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО СБРОСА

Предположим, что одна скважина A_c расположена на расстоянии w от прямолинейного сброса BD . Отображаем зеркально в контуре BD скважину-сток A_c другой скважиной-стоком A'_c (рис. 52). Характеристическая функция для двух равнодебитных скважин-стоков имеет вид:

$$F(z) = -\frac{\bar{q}}{2\pi} \ln(z-w)(z+w), \quad (277)$$

где $\bar{q}$ — дебит каждой из скважин при совместной работе, отнесенной к единице мощности пласта. Воспользовавшись биполярными координатами, запишем

$$\begin{aligned} z+w &= r_1' e^{i\theta_1'}, \\ z-w &= r_1 e^{i\theta_1}. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$F(z) = -\frac{\bar{q}}{2\pi} \ln r_1 r_1' - \frac{\bar{q}}{2\pi} (\theta_1 + \theta_1'). \quad (278)$$

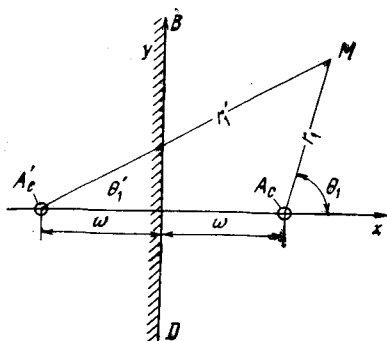


РИС. 52

ω , м	λ
50	1,40
100	1,34
200	1,28
500	1,20
5000	1

Отсюда найдем потенциальную функцию Φ и давление p в любой точке пласта в таком виде (см. вывод формулы дебита для случая трех скважин в предыдущей главе):

$$\Phi = -\frac{\bar{q}}{2\pi} \ln r_1 r_1', \quad (279 \text{ а})$$

$$p = -\frac{\mu}{k} \Phi + C = \frac{\mu \bar{q}}{2\pi k} \ln r_1 r_1' + C, \quad (279)$$

где μ — вязкость жидкости; k — проницаемость пласта; C — константа.

Задавая статическим пластовым давлением p и противодействием в скважине p_1 , мы получим два таких граничных условия для определения $\bar{q}$ и C :

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } r_1 = r_1' = R_0 \text{ имеем } p = p_0, \\ \text{при } r_1 = R_1, r_1' \cong 2\omega \text{ имеем } p = p_1, \end{array} \right\} \quad (280)$$

где R_1 — радиус скважин; R_0 — расстояние от скважины до области питания. Мы здесь не задаемся формой контура области питания, а просто считаем, что на расстоянии R_0 от каждой скважины восстанавливается, при работе скважин, первоначальное статическое пластовое давление. Характер приближений, допущенных при постановке граничных условий такого типа, как условия (280), был уже выяснен в предыдущих главах и подробно проанализирован в книге [3]. Подставляя граничные условия (280) в формулу (279), получим:

$$\left. \begin{array}{l} p_0 = \frac{\bar{q}\mu}{2\pi k} \ln R_0^2 + C, \\ p_1 = \frac{\bar{q}\mu}{2\pi k} \ln 2\omega R_1 + C, \end{array} \right\} \quad (281)$$

откуда найдем дебит:

$$\bar{q} = \frac{2\pi k(p_0 - p_1)}{\mu \ln \frac{R_0^2}{2wR_1}}. \quad (282)$$

Подобная формула (130) фигурировала у нас в главе III, но там мы ее привели без вывода (как следствие, при определенных приближенных допущениях) из точной формулы (129).

Здесь мы провели простой вывод формулы (282), чтобы подчеркнуть характер приближенных допущений и иметь возможность последующие более сложные выводы проводить по этому же методу сокращенно.

Если бы сброса в пласте не было, то дебит скважины q определялся бы по формуле Дюпюи и был бы, при всех прочих равных условиях, больше дебита $\bar{q}$ скважины, расположенной вблизи сброса. Близость прямолинейного сброса уменьшает дебит скважины так же, как близость другой скважины при отсутствии сброса; вторая скважина должна быть удалена от первой на расстояние, равное двойному расстоянию между первой скважиной и сбросом (см. § 73 нашей книги [3]).

Эффект близости сброса удобно проследить, составив отношение дебита q к $\bar{q}$ — см. формулы (101) и (282):

$$\lambda = \frac{q}{\bar{q}} = \frac{\lg \frac{R_0^2}{2R_1 w}}{\lg \frac{R_0}{R_1}} = 1 + \frac{\lg \frac{R_0}{2w}}{\lg \frac{R_0}{R_1}}. \quad (282a)$$

Величину λ , которая равна отношению дебита скважины в пласте без сброса к дебиту скважины вблизи сброса, будем называть коэффициентом влияния сброса. Из формулы (282a) следует, что $\lambda \rightarrow 1$, когда расстояние скважины от сброса увеличивается, т. е. $2w \rightarrow R_0$; с приближением скважины к сбросу λ увеличивается и, в пределе, когда $w = R_1$, т. е. когда скважина «касается сброса», $\lambda \cong 2$. Табл. 30, составленная по формуле (282a) при $R_1 = 10$ см и $R_0 = 10$ км, позволяет проследить за убыванием коэффициента влияния сброса λ с увеличением расстояния w скважины от сброса.

§ 37. ДВЕ СКВАЖИНЫ, РАСПОЛОЖЕННЫЕ ВБЛИЗИ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО СБРОСА

Предположим теперь, что вблизи прямолинейного сброса BD расположены две равнодебитные скважины A_1 и A_2 на расстоянии $2h$ друг от друга и на одинаковом расстоянии w от линии сброса (рис. 53).

Отображаем зеркально в линии сброса скважины-стоки A_1 и A_2 скважинами-стоками A_1' и A_2' . Таким образом задача о работе двух скважин вблизи прямолинейного сброса сводится к за-

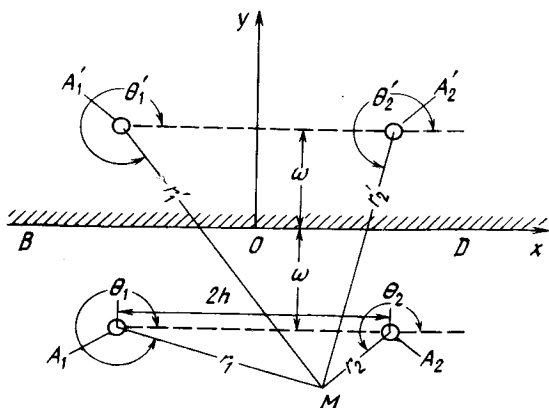


РИС. 53

даче о взаимодействии четырех равнодебитных скважин. Обозначим дебит каждой из двух скважин A_1 и A_2 (при их совместной работе вблизи сброса) через $\bar{q}'$. Тогда характеристическая функция для случая четырех равнодебитных скважин будет такова:

$$F(z) = -\frac{\bar{q}'}{2\pi} \ln [(z+h+i\omega)(z-h+i\omega)(z+h-i\omega)(z-h-i\omega)] \quad (283)$$

или, переходя к полиполярным координатам, получим:

$$\begin{aligned} z+h+i\omega &= r_1 e^{i\theta_1}, & z+h-i\omega &= r_1' e^{i\theta_1'}, \\ z-h+i\omega &= r_2 e^{i\theta_2}, & z-h-i\omega &= r_2' e^{i\theta_2'}, \\ F(z) &= -\frac{\bar{q}'}{2\pi} \ln (r_1 r_2 r_1' r_2') - i \frac{\bar{q}'}{2\pi} (\theta_1 + \theta_2 + \theta_1' + \theta_2'). \end{aligned} \quad (284)$$

Следовательно, потенциал Φ скорости фильтрации будет таков:

$$\Phi = -\frac{\bar{q}'}{2\pi} \ln r_1 r_2 r_1' r_2'. \quad (285)$$

Потенциал скорости фильтрации и давление p в любой точке пласта, согласно закону Дарси, связаны такой зависимостью:

$$p = -\frac{\mu}{k} \Phi + C, \quad (286)$$

где обозначения те же, что и в формуле (279); из формул (285) и (286) находим:

$$p = -\frac{\mu \bar{q}'}{2\pi k} \ln r_1 r_2 r_1' r_2' + C. \quad (287)$$

Обозначая через p_1 противодействие в скважинах, через p_0 статическое пластовое давление, мы сможем составить граничные условия так же, как это было сделано в § 36:

$$p = p_1 \text{ при } \begin{cases} r_1 = R_1, & r_1' = 2w, \\ r_2 \cong 2h, & r_2' \cong 2\sqrt{w^2 + h^2}. \end{cases} \quad (288 \text{ а})$$

Это условие представляет собой граничное условие вдоль контура скважины A_1 , но для остальных скважин граничные условия можно не составлять, так как они, в силу полной симметрии, приведут к тем же результатам. Кроме того, мы имеем:

$$p = p_0 \text{ при } r_1 = r_2 = r_1' = r_2' = R_0. \quad (288 \text{ б})$$

Подставляя граничные условия (288а) и (288б) в формулу (287), сможем найти дебит скважины и определить константу C :

$$\bar{q}' = \frac{2\pi k (p_0 - p_1)}{\mu \ln \frac{R_0^4}{8R_1 w h \sqrt{w^2 + h^2}}}. \quad (289)$$

Зная формулу (282) для дебита одной скважины, расположенной вблизи сброса, и формулу (289) для дебита каждой из двух скважин, при их совместной работе вблизи сброса, мы можем оценить эффект интерференции.

Явление интерференции сказывается, в данных условиях, в том, что когда мы к одной скважине, расположенной вблизи сброса (случай, разбиравшийся в предыдущем параграфе), добавили другую скважину с тем же противодействием и на том же расстоянии от сброса (случай, только что разобранный в данном параграфе), то дебит $\bar{q}'$ каждой из двух скважин (при их совместной работе) оказывается меньше, чем дебит $\bar{q}$ скважины (любой из двух) при ее одиночной работе.

Для количественной оценки эффекта интерференции мы в § 31 и 46 книги [3] ввели понятие о величине интерференции J и величине суммарной интерференции U ; в условиях данной задачи эти величины запишутся так:

$$J = \frac{\bar{q}}{\bar{q}'}, \quad (290)$$

$$U = \frac{\bar{q}_c'}{\bar{q}}, \quad (291)$$

где $\bar{q}_c'$ — суммарный дебит интерферирующих скважин при их совместной работе. Так как в данной задаче обе скважины равнодебитны, то

$$\bar{q}_c' = 2\bar{q}', \quad (292)$$

а потому

$$U = 2/J. \quad (293)$$

Когда скважины сильно влияют друг на друга, тогда дебит $\bar{q}$ может значительно превышать дебит $\bar{q}'$, а дебит $\bar{q}_c$, наоборот, будет немногим отличаться от $\bar{q}$; поэтому с увеличением эффекта взаимодействия скважин величина интерференции J увеличивается, а величина суммарной интерференции U уменьшается.

Подставляя в формулу (290) значения дебитов из формул (282) и (289), найдем:

$$J = \frac{\lg \frac{R_0^4}{8R_1hw \sqrt{h^2 + w^2}}}{\lg \frac{R_0^2}{2R_1w}}. \quad (294)$$

Подставив это значение J в формулу (293), мы смогли бы определить U . На основании формул (294) и (293) составлена табл. 31. В этой таблице приведены результаты подсчетов величин интерференции J и суммарной интерференции U для различных значений расстояния между скважинами $2h$ и различных расстояний w скважин от сброса; при подсчете данных таблицы было принято, что $R_1 = 10$ см, $R_0 = 10$ км.

Таблица 31

$w, \text{ м}$	$2h = 100 \text{ м}$		$2h = 200 \text{ м}$	
	J	U	J	U
10	1,518	1,317	1,441	1,388
50	1,550	1,291	1,479	1,353
100	1,545	1,295	1,484	1,347
200	1,529	1,308	1,477	1,355
1000	1,473	1,357	1,420	1,408

Из этой таблицы, мы замечаем, что с увеличением расстояния между скважинами $2h$ уменьшается величина интерференции J и увеличивается суммарная интерференция U , т. е. скважины менее сильно влияют друг на друга, что, конечно, заранее можно было бы предвидеть.

Значительно менее очевидным обстоятельством, которое трудно было бы заранее предвидеть, является следующее: в табл. 31 при каждом данном расстоянии между скважинами $2h$ замечается нарушение в монотонности изменения величин J и U , по мере увеличения расстояния w скважин от сброса. Именно, при увеличении расстояния w скважин от сброса интерференция сначала возрастает, достигает где-то своего максимума, а затем вновь убывает. Наоборот, такой же перелом от убывания к возрастанию наблюдается в ходе изменения суммарной интерференции U . Подчеркнем здесь же, что отмеченная сейчас закономерность относится именно к величине интерференции или суммарной интерференции, из которых каждая связана с отношением дебитов, но от

нюдь не к абсолютной величине самого дебита скважин; мы уже указывали, что близость сброса всегда уменьшает абсолютную величину дебита скважин, так что, по мере удаления от сброса, дебит скважины должен монотонно возрастать — это легко проследить хотя бы по табл. 30, которую мы привели в предыдущем параграфе.

Вернемся к только что отмеченному перелому в ходе изменения интерференции. Сначала, когда студент Криворот, подсчитывавший табл. 31, обнаружил этот факт, мы, проверив вычисления, склонны были объяснить наличие упомянутого перелома возможной неточностью наших формул (289) и (294), ибо при выводе формулы дебита (289) мы использовали приближенные граничные условия (288б).

Впрочем, мы раньше неоднократно проверяли эту погрешность, измеряемую, чаще всего весьма малыми долями процентов — погрешность, вносящуюся в решение из-за приближенности внешнего граничного условия (288б); о ничтожной погрешности внутреннего граничного условия (288б) и говорить не приходится. Тем не менее, мы решили проверить наблюдаемый перелом в интерференции с помощью более строгих формул, выведенных на базе метода отображения источников-стоков; подобная проверка проведена в § 38.

Результат оказался тот же самый, так что найденный перелом в росте интерференции следует считать закономерным. Объяснить эту закономерность можно так, в формуле (290) фигурирует отношение двух дебитов — дебита одной скважины вблизи сброса к дебиту каждой из двух скважин при их совместной работе, опять-таки вблизи сброса. Таким образом, величина интерференции I в формуле (290) отмечает не только взаимодействие скважин друг с другом, но и «взаимодействие» скважин со сбросом. Вот это сплетение двух обстоятельств и объясняет замеченное явление перелома в росте интерференции: наличие сброса уменьшает дебит и одиночно работающей скважины и двух взаимодействующих скважин, но интенсивность влияния сброса на эти дебиты неодинакова. Явление это представляет бесспорный интерес для теории, но для практики оно не имеет существенного значения, ибо для практических вопросов гораздо важнее основной установленный факт: близость сброса уменьшает дебит скважины. Поэтому мы только в следующем параграфе коснемся еще анализ величины интерференции и ее изменения, а во всех последующих параграфах будем анализировать влияние сброса не на интерференцию скважин, а на их суммарный дебит.

§ 38. РАБОТА ОДНОЙ И ДВУХ СКВАЖИН ВБЛИЗИ СБРОСА ПРИ ПРЯМОЛИНЕЙНОМ КОНТУРЕ ОБЛАСТИ ПИТАНИЯ

Рассмотрим здесь работу скважин вблизи сброса при прямолинейном контуре области питания. Этим мы достигаем нескольких целей: продемонстрируем применение метода отображения

источников-стоков, проверим с помощью точной (если не считать совершенно несущественного приближения при постановке внутренних граничных условий) формулы подмеченное в прошлом параграфе явление перелома в изменении величины интерференции и суммарной интерференции; наконец, подтвердим чрезвычайно малое влияние формы контура области питания на работу скважин.

Итак, пусть скважина A_1 расположена вблизи прямолинейного сброса, на расстоянии w от него (рис. 54); линию сброса примем за ось x . Пусть сброс расположен перпендикулярно прямолинейному контуру области питания, который примем за ось y ; расстояние от скважины A_1 до контура области питания назовем через δ . Обозначим противодавление в скважине через p_1 , искомый дебит скважины A_1 — через $\bar{q}$, статическое пластовое давление через p_0 .

Будем предполагать, что при работе скважины давление на контуре области питания остается постоянным и равным первоначальному статическому пластовому давлению p_0 .

Подобная задача решена по методу отображения источников-стоков и подробно проанализирована в § 45 книги [3]; воспользуемся полученной там формулой дебита скважины A_1 при ее одиночной работе вблизи сброса:

$$\bar{q} = \frac{2\pi k (p_0 - p_1)}{\mu \ln \frac{2\delta \sqrt{\delta^2 + w^2}}{R_1 w}}. \quad (295)$$

Допустим теперь, что к скважине A_1 мы добавили вторую скважину A_2 , работающую при том же противодавлении и расположенную на том же расстоянии w от сброса и на расстоянии $2h$ от скважины A_1 . Добавление скважины A_2 уменьшит дебит

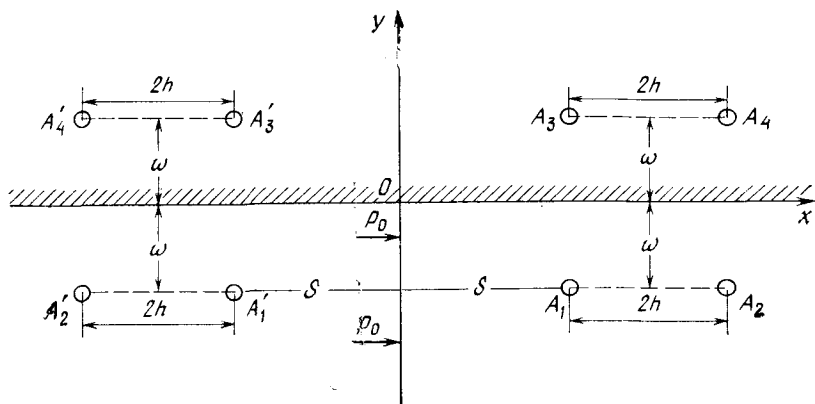


РИС. 54

скважины A_1 . Дебит скважины A_1 при совместной ее работе со скважиной A_2 назовем через $\bar{q}_2'$, а дебит скважины A_2 (также при совместной работе со скважиной A_1) назовем через $\bar{q}_1'$. Понятно, что эти дебиты $\bar{q}_1'$ и $\bar{q}_2'$ не равны, ибо хотя скважины и работают при одинаковых противодавлениях, но они находятся на разных расстояниях от области питания (конечно, при большой величине δ , по сравнению с $2h$, дебиты обеих скважин мало отличаются друг от друга).

Перейдем к решению задач о совместной работе двух скважин вблизи сброса при заданной прямолинейной форме контура области питания.

Поступим так: скважины-стоки A_1 и A_2 отображаем зеркально скважинами-стоками A_3 и A_4 в линии сброса OX ; затем всю эту группу четырех скважин-стоков — «точечные стоки» помещаем в центрах скважин — см. книгу [3] — отображаем зеркально четырьмя скважинами-источниками (эти воображаемые скважины-источники A_1', A_2', A_3', A_4' можно себе представить как нагнетательные скважины) в контуре области питания, принятом на ось y .

Воспользовавшись системой полиполярных координат (рассматривая точечные стоки или источники в центре каждой скважины, как полюсы), индексируя и акцентируя радиусы-векторы и полярные углы так же, как и скважины, характеристическую функцию течения сможем представить в таком виде:

$$F(z) = -\frac{\bar{q}_1'}{2\pi} \ln \frac{r_1 r_3}{r_1' r_3'} - \frac{\bar{q}_2'}{2\pi} \ln \frac{r_2 r_4}{r_2' r_4'} - i \frac{\bar{q}_1'}{2\pi} (\theta_1 + \theta_3 - \theta_1' - \theta_3') - i \frac{\bar{q}_2'}{2\pi} (\theta_2 + \theta_4 - \theta_2' - \theta_4'). \quad (296)$$

Вспоминая, что потенциальная функция Φ является действительной частью характеристической функции, и пользуясь формулой (286), давление в любой точке пласта запишем так:

$$p = \frac{\bar{q}_1' \mu}{2\pi k} \ln \frac{r_1 r_3}{r_1' r_3'} - \frac{\bar{q}_2' \mu}{2\pi k} \ln \frac{r_2 r_4}{r_2' r_4'} + C. \quad (297)$$

Составим граничные условия.

1. Вдоль контура области питания (вдоль оси y):

$$p = p_0 \text{ при } r_1 = r_1'; \quad r_2 = r_2'; \quad r_3 = r_3'; \quad r_4 = r_4'. \quad (298)$$

Это условие, в противоположность условию (288б) предыдущего параграфа, удовлетворяется на внешней границе совершенно точно.

2. Вдоль контура скважин A_1 :

$$\left. \begin{aligned} p &= p_1 \text{ при } r_1 = R_1; r_2 \cong 2h; r \cong 2w; \\ r_4 &\cong 2\sqrt{w^2 + h^2} \\ r_1' &= 2\delta; r_2' = 2\delta + 2h; r_3' \cong 2\sqrt{w^2 + \delta^2}; \\ r_4' &\cong 2\sqrt{w^2 + (h + \delta)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (299)$$

3. Вдоль контура скважины A_2 :

$$\left. \begin{aligned} p &= p_1 \text{ при } r_2 = p_1; r_1 \cong 2h; r_3 \cong 2\sqrt{w^2 + h^2}; \\ r_1' &\cong 2\delta + 2h; r_2' \cong 2\delta + 4h; r_3' \cong 2\sqrt{w^2 + (h + \delta)^2}; \\ r_4 &\cong 2w; r_4' \cong 2\sqrt{w^2 + (2h + \delta)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (300)$$

Подставляя эти три граничные условия (298)–(300) в формулу (297), сможем определить C , $\bar{q}_1'$, $\bar{q}_2'$. Найдем, что $C = p_0$ и, кроме того,

$$\begin{aligned} \bar{q}_1' &= \frac{2\pi k (p_0 - p_1)}{\mu A} \ln \frac{2h(\delta + 2h) \sqrt{w^2 + (\delta + 2h)^2} \sqrt{w^2 + h^2}}{R_1 w (\delta + h) \sqrt{w^2 + (\delta + h)^2}}, \\ \bar{q}_2' &= \frac{2\pi k (p_0 - p_1)}{\mu A} \ln \frac{2h\delta \sqrt{\delta^2 + w^2} \sqrt{w^2 + h^2}}{R_1 w (\delta + h) \sqrt{w^2 + (\delta + h)^2}}, \end{aligned} \quad (301)$$

где

$$\begin{aligned} A &= \ln \frac{2\delta \sqrt{w^2 + \delta^2}}{w R_1} \ln \frac{2(\delta + 2h) \sqrt{w^2 + (\delta + 2h)^2}}{w R_1} - \\ &- \left[\ln \frac{(\delta + h) \sqrt{w^2 + (\delta + h)^2}}{h \sqrt{h^2 + w^2}} \right]. \end{aligned}$$

Суммарную интерференцию U можно теперь, следуя формуле (291), найти так:

$$U = \frac{\bar{q}_1' + \bar{q}_2'}{\bar{q}}, \quad (302)$$

причем $\bar{q}_1'$, $\bar{q}_2'$ определяются формулами (301), а $\bar{q}$ — формулой (295).

Табл. 32 подсчитана на основании формулы (302) для различных значений величин δ , $2h$, w и позволяет проследить за изменением суммарной интерференции с изменением этих величин.

В последней строке этой таблицы приведены данные, подсчитанные по формулам (199) и (214) книги [3], определяющие суммарную интерференцию U тех же двух скважин A_1 и A_2 при том же их положении относительно прямолинейного контура области питания, но при отсутствии сброса.

Табл. 32 вполне подтверждает наличие перелома в изменении суммарной интерференции с изменением расстояния w скважин

ω , м	$\delta = 100$ м			$\delta = 10$ км			$\delta = 20$ км		
	$h = 100$ м	$h = 200$ м	$h = 500$ м	$h = 100$ м	$h = 200$ м	$h = 500$ м	$h = 100$ м	$h = 200$ м	$h = 500$ м
10	1,558	1,616	1,640	1,295	1,348	1,438	1,263	1,318	1,399
50	1,542	1,592	1,596	1,260	1,314	1,403	1,237	1,285	1,365
100	1,581	1,600	1,603	1,263	1,303	1,389	1,239	1,273	1,351
200	1,635	1,676	1,630	1,274	1,312	1,381	1,247	1,282	1,343
1000	1,681	1,720	1,724	1,311	1,353	1,411	1,277	1,313	1,365
Без сброса	1,683	1,727	1,741	1,396	1,420	1,531	1,358	1,417	1,490

от сброса — подобное явление мы подметили при анализе табл. 31 в конце предыдущего параграфа.

Заметим, что, судя по табл. 32, значение ω , при котором U достигает наименьшего значения, т. е. при котором скважины сильнее всего влияют друг на друга, оказывается различным для различных δ и $2h$.

§ 39. ДЕБИТ СКВАЖИНЫ, РАСПОЛОЖЕННОЙ ВБЛИЗИ ЛИНИИ СБРОСА, ИЗГНУТОЙ ПОД ПРЯМЫМ УГЛОМ

Предположим, что пласт ограничен сбросами с двух сторон так, что линия сброса BOD изогнута под прямым углом (рис. 55). Проведем скважину A_1 внутри прямого угла BOD и посмотрим: как скажется близость двух сбросов BO и OD на работе скважи-

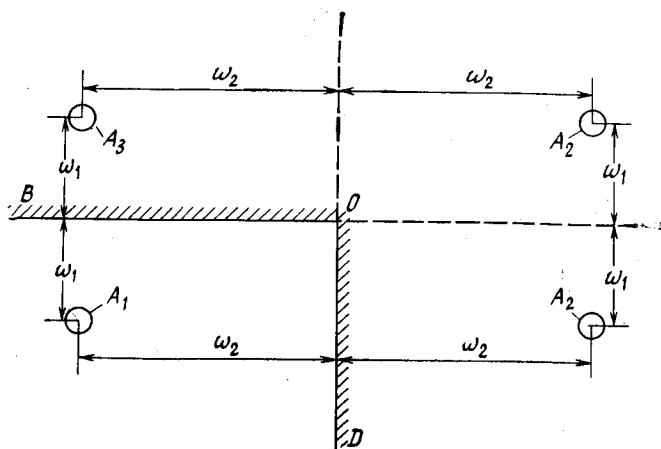


РИС. 55

ны. Для решения этой задачи воспользуемся методом отображения стоков: наметим продолжение линий сбросов BO и OD и отобразим зеркально скважину-сток A_1 в линиях сбросов BO и OD скважинами-стоками A_2 и A_3 ; затем A_2 или A_3 отобразим еще раз зеркально в соответствующей продолженной линии сброса скважиной-стоком A_4 . В силу симметрии расположения четырех скважин-стоков A_1, A_2, A_3, A_4 линии сбросов BO и OD будут служить линиями токов (именно нейтральными или водораздельными линиями), что и требовалось достичь.

Применяя четырехполярную систему координат и индексирова радиусы-векторы и полярные углы так же, как и скважины, мы характеристическую функцию течения сможем записать так (см., например, аналогичные формулы 284 и 278):

$$F(z) = -\frac{\bar{q}}{2\pi} \ln r_1 r_2 r_3 r_4 - i \frac{\bar{q}}{2\pi} (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4), \quad (303)$$

где $\bar{q}$ — дебит скважины A_1 ; остальные «воображаемые скважины» A_2, A_3, A_4 с ней равнодебитны.

Действительная часть характеристической функции дает потенциал скорости фильтрации, а следовательно, давление в любой точке пласта представляется в таком виде:

$$p = \frac{\bar{q} \mu}{2\pi k} \ln r_1 r_2 r_3 r_4 + C. \quad (304)$$

Составляя два граничных условия, подобно тому, как это было выражено в формулах (280) или (288а, б), мы сможем определить значение константы C и дебит скважины $\bar{q}$. Найдем:

$$\bar{q} = \frac{2\pi k (p_0 - p_1)}{\mu \ln \frac{R_0^4}{8R_1 w_1 w_2 \sqrt{w_1^2 + w_2^2}}}. \quad (305)$$

Здесь w_1 и w_2 — расстояния скважины A_1 до линий сбросов BO и OD ; p_0 и p_1 — статическое пластовое давление и противодействие в скважине; R_0 — расстояние от скважины до контура области питания, вдоль которого при работе скважины поддерживается постоянное давление p_0 ; остальные обозначения те же, что и во всех предыдущих параграфах.

Коэффициент влияния сбросов λ найдем, пользуясь формулами (101) и (305):

$$\lambda = \frac{q}{\bar{q}} = \frac{\ln \frac{R_0^4}{8R_1 w_1 w_2 \sqrt{w_1^2 + w_2^2}}}{\ln \frac{R_0}{R_1}}. \quad (306)$$

На основании формулы (306) составлена табл. 33, которая позволяет проследить за изменением коэффициента влияния сброса

λ в зависимости от расстояний ω_1 и ω_2 скважины A_1 до сбросов BO и OD при $R_1=10$ см, $R_0=10$ км. Интересно сопоставить данные табл. 30 и 33. Если при расстоянии $\omega=50$ м скважины от сброса мы, согласно таблице 30, имеем $\lambda=1,40$, то при $\omega_1=\omega_2=50$ м, согласно табл. 33, оказывается $\lambda=2,17$. Отсюда видно, что близость двух сбросов значительно больше сокращает дебит скважины, чем близость одного сброса.

Т а б л и ц а 33

$\omega_1, \text{ м}$	$\omega_2, \text{ м}$		
	50	100	200
50	2,17	2,07	1,95
100	2,07	1,98	1,88
200	1,95	1,88	1,81

§ 40. ПРЯМОЛИНЕЙНАЯ ЦЕПОЧКА БЕСКОНЕЧНОГО ЧИСЛА СТОКОВ. ДЕБИТ СКВАЖИНЫ В ПЛАСТЕ С ДВУМЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ СБРОСАМИ

Рассмотрим плоское гидродинамическое поле, определяемое прямолинейной цепочки бесконечного числа стоков, находящихся на одинаковом расстоянии a друг от друга и одинаковой мощности $\bar{q}$. С подобным полем нам придется встретиться при анализе работы скважины в пласте, ограниченном двумя параллельными сбросами, а также и в некоторых более сложных случаях.

Примем плоскость течения за плоскость комплексного переменного; пусть ось x параллельна цепочке стоков, а ось y перпендикулярна к ней. Обозначим через z_0 комплексное число, определяющее положение какого-нибудь стока (рис. 56); тогда соседнему стоку справа будет отвечать комплексное число z_0+a , а соседнему стоку слева — комплексное число z_0-a и т. д. Характеристическая функция течения будет иметь вид:

$$F(z) = -\frac{\bar{q}}{2\pi} \left[\ln(z - z_0) + \sum_{v=1}^{\infty} \ln(z - z_0 - va) + \sum_{v=1}^{\infty} \ln(z - z_0 + va) \right]. \quad (307)$$

К правой части равенства (307) прибавим такую величину, тождественно равную нулю:

$$-\frac{\bar{q}}{2\pi} \left[\ln \frac{\pi}{a} - \ln \frac{\pi}{a} + \sum_{v=1}^{\infty} \ln \frac{1}{-va} - \sum_{v=1}^{\infty} \ln \frac{1}{-va} + \sum_{v=1}^{\infty} \ln \frac{1}{va} - \sum_{v=1}^{\infty} \ln \frac{1}{va} \right], \quad (308)$$

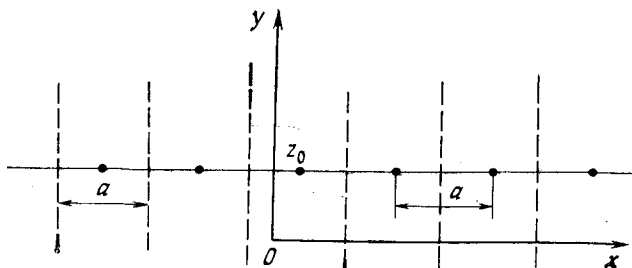


РИС. 56

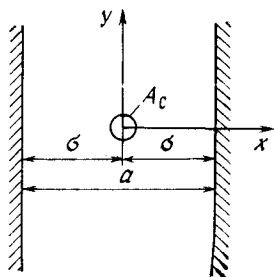


РИС. 56 а

получим:

$$F(z) = -\frac{\bar{q}}{2\pi} \ln \left\{ \frac{(z-z_0)\pi}{a} \prod_{v=1}^{\infty} \left[\frac{\sqrt{a+(z-z_0)}}{\sqrt{a}} \frac{\sqrt{a-(z-z_0)}}{\sqrt{a}} \right] \right\} + C', \quad (309)$$

где C' — совокупность постоянных членов. Иначе, формулу (309) можем записать так:

$$F(z) = -\frac{\bar{q}}{2\pi} \ln \left\{ \frac{(z-z_0)\pi}{a} \prod_{v=1}^{\infty} \left[1 - \left(\frac{z-z_0}{\sqrt{a}} \right)^2 \right] \right\} + C'. \quad (310)$$

Воспользуемся такой формулой разложения «функции синуса» в бесконечное произведение:

$$\sin \frac{\pi(z-z_0)}{a} = \frac{\pi(z-z_0)}{a} \prod_{v=1}^{\infty} \left[1 - \left(\frac{z-z_0}{\sqrt{a}} \right)^2 \right]. \quad (311)$$

Тогда формула (310) переписется так:

$$F(z) = -\frac{\bar{q}}{2\pi} \ln \left[\sin \frac{\pi(z-z_0)}{a} \right] + C'. \quad (312)$$

Такова формула характеристической функции, отвечающей течению к прямолинейной цепочке стоков. С подобного рода фор-

мулами приходится часто сталкиваться в аэрогидромеханике, при изучении теории вихревых цепочек Кармана¹.

Для определения потенциальной функции Φ нам надо найти действительную часть характеристической функции (мы ее здесь записываем с точностью до аддитивной константы):

$$\Phi = -\frac{\bar{q}}{2\pi} \operatorname{Re} \left\{ \ln \sin \frac{\pi(z-z_0)}{a} \right\}. \quad (313)$$

Воспользуемся тем, что действительная часть логарифмической функции от комплексного аргумента равна логарифмической функции от модуля комплексного аргумента, т. е.

$$\Phi = -\frac{\bar{q}}{2\pi} \ln \left| \sin \frac{\pi(z-z_0)}{a} \right|. \quad (314)$$

Но (см. Янке и Эмде. «Таблицы функций», § 9)

$$\begin{aligned} \left| \sin \frac{\pi(z-z_0)}{a} \right| &= \left| \sin \frac{\pi}{a} [(x-x_0) + i(y-y_0)] \right| = \\ &= \sqrt{\sin^2 \left[\frac{\pi}{a} (x-x_0) \right] + \operatorname{sh}^2 \left[\frac{\pi}{a} (y-y_0) \right]} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} \left[\operatorname{ch} \frac{2\pi}{a} (y-y_0) - \cos \frac{2\pi}{a} (x-x_0) \right]}. \end{aligned} \quad (315)$$

Следовательно,

$$\Phi = -\frac{\bar{q}}{4\pi} \ln \left\{ \frac{1}{2} \left[\operatorname{ch} \frac{2\pi}{a} (y-y_0) - \cos \frac{2\pi}{a} (x-x_0) \right] \right\}, \quad (316)$$

а потому давление из формулы (286) определится так:

$$p = \frac{\bar{q}\mu}{4\pi k} \ln \left[\operatorname{ch} \frac{2\pi}{a} (y-y_0) - \cos \frac{2\pi}{a} (x-x_0) \right] + C. \quad (317)$$

Переход от формулы (316) к формуле (317) мы совершили, рассматривая изучаемое гидродинамическое потенциальное поле, как потенциальное поле скоростей фильтрации.

Положим теперь, что $x_0=y_0=0$, т. е., что сток, отвечавший комплексному числу z_0 , лежит в начале координат и все стоки прямолинейной цепочки расположены вдоль оси x . Тогда формула (317) перепишется так:

$$p = \frac{\bar{q}\mu}{4\pi k} \ln \left[\operatorname{ch} \frac{2\pi}{a} y - \cos \frac{2\pi}{a} x \right] + C. \quad (318)$$

¹ См., например, Вилля Г. «Теория вихрей», глава V, ОНТИ, 1936. Ко-чин Н. Е. и Розе Н. В. «Введение в теоретическую гидромеханику», глава V, раздел III, ГТТИ, 1932.

В силу полной симметрии мы можем утверждать, что линии, параллельные оси y и проходящие через середины расстояний между соседними стоками, будут нейтральными (водораздельными) линиями тока (на рис. 56 эти линии намечены пунктиром).

Принимая нейтральные линии тока за непроницаемые стенки-линии двух параллельных сбросов, мы несколько не нарушаем гидродинамического поля. Следовательно, решенная нами задача отвечает случаю скважины, расположенной в пласте, ограниченном с двух сторон параллельными сбросами (см. рис. 56а).

Помещая точечный сток в центре скважины и совмещая его с началом координат, мы сможем использовать формулу (318), если поместить скважину ровно на середине расстояния между сбросами.

В окрестности начала координат, т. е. для малых значений координат x и y , мы можем воспользоваться разложениями в ряды гиперболических и круговых функций, причем ограничиться лишь первыми двумя членами разложения. Именно:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{ch} \frac{2\pi}{a} y &\cong 1 + 4 \frac{\pi^2 y^2}{2a^2}, \\ \cos \frac{2\pi}{a} x &\cong 1 - 4 \frac{\pi^2 x^2}{2a^2}. \end{aligned} \right\} \quad (319)$$

Следовательно:

$$\operatorname{ch} \frac{2\pi}{a} y - \cos \frac{2\pi}{a} x = \frac{2\pi^2}{a^2} r^2, \quad (320)$$

где

$$r^2 = x^2 + y^2. \quad (321)$$

Пользуясь соотношением (320), формулу (318) сможем записать так, причем это будет справедливо только для окрестности начала координат:

$$p = \frac{\bar{q}\mu}{4\pi k} \ln \frac{2\pi^2}{a^2} r^2 + C. \quad (322)$$

Граничное условие на контуре скважины A_c будет таково:

$$p = p_1 \text{ при } r = r_1, \quad (323)$$

а потому

$$p_1 = \frac{\bar{q}\mu}{4\pi k} \ln \frac{2\pi^2}{a^2} R_1^2 + C. \quad (324)$$

Условию на внешней границе (вдоль контура области питания) удовлетворим приближенно так:

$$p = p_0 \text{ при } x = 0, y = R_0, \quad (325)$$

где под R_0 будем подразумевать расстояние от скважины-стока до области питания. В условиях тех задач, которые нас будут

здесь интересоваться, $R_0 \gg a$, а потому неточность условия (325) не будет столь чувствительна. Из формулы (318) и условия (325) следует, что

$$p_0 = \frac{\bar{q}\mu}{4\pi k} \ln \left[\operatorname{ch} \frac{2\pi}{a} R_0 - 1 \right] + C. \quad (326)$$

Исключая C из (324) и (326), находим:

$$q = \frac{4\pi k (p_0 - p_1)}{\operatorname{ch} \frac{2\pi R_0}{a} - 1} \cdot \mu \ln \frac{2\pi^2 R_1^2}{a^2}. \quad (327)$$

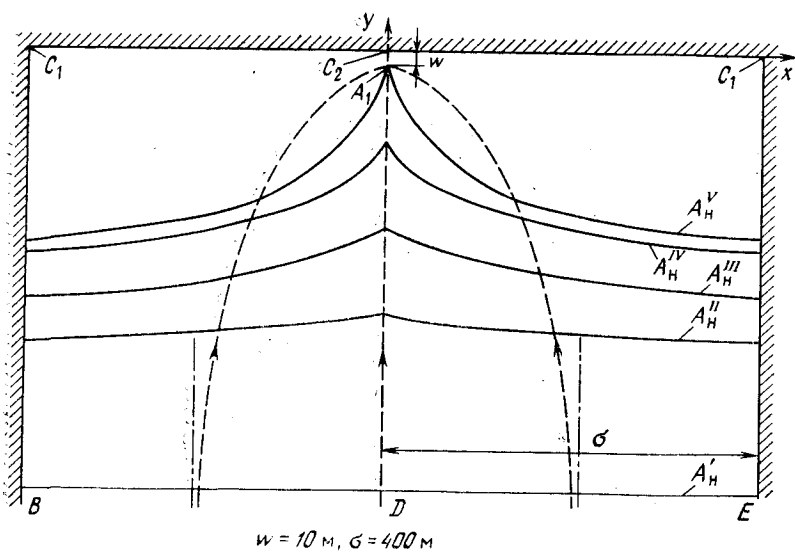
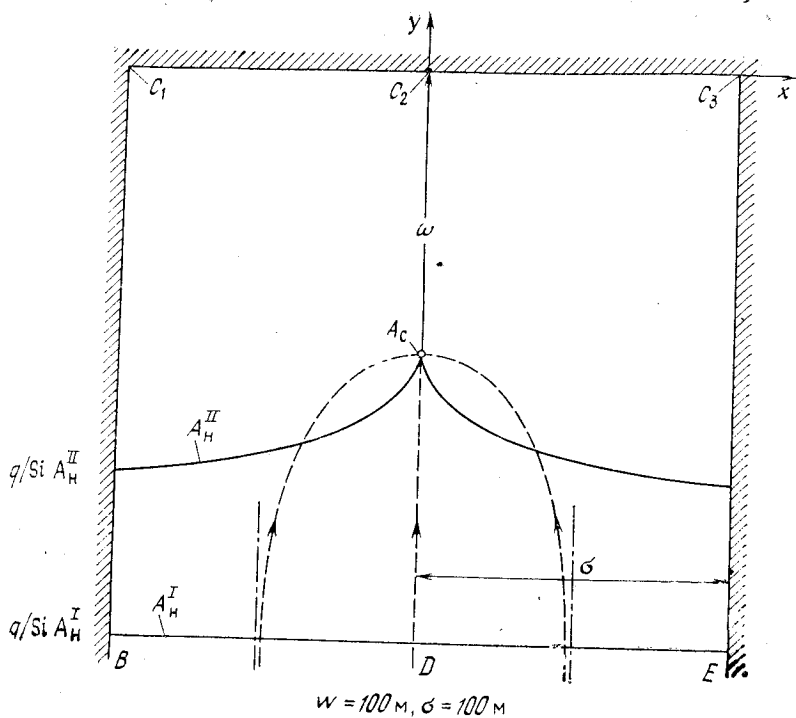
Эта задача о работе скважины, расположенной в пласте, ограниченном двумя непроницаемыми стенками, была решена в § 7 главы III книги проф. Лейбензона [2]; следуя методу проф. Лейбензона, мы и привели вывод формулы дебита скважины (327) из формулы (318).

В следующих параграфах мы обобщим эту задачу проф. Лейбензона на тот случай, когда пласт ограничен сбросами с трех сторон, так что приток и продвижение по пласту краевых вод возможно лишь с одной стороны.

Решенная здесь задача, по существу говоря, была решена также по методу «отображения стоков». В самом деле, переход от рис. 56а к рис. 56 мы можем осуществить, представив себе, что скважина-сток зеркально отображена в параллельных линиях сбросов и что это отображение повторно бесконечное число раз.

§ 41. РАБОТА СКВАЖИНЫ В ПЛАСТЕ, ОГРАНИЧЕННОМ СБРОСАМИ С ТРЕХ СТОРОН; ФОРМУЛА ДЕБИТА СКВАЖИНЫ

Предположим, что скважина A_c проведена в пласт, ограниченный сбросами с трех сторон. Расстояние от центра скважины до линии сброса C_1C_3 назовем через ω , а расстояния скважин до линий сбросов BC_1 и EC_3 предположим одинаковыми и равными σ — см. рис. 57 и 58 (эти рисунки вычерчены в определенном масштабе, о чем речь будет идти дальше; для нас пока важна только схема чертежей). Если мы предположим, что скважина A_c проведена в области нефтеносности и что первоначальный контур нефтеносности расположен где-то за линией BDE (на рис. 57 и 58 первоначальный контур нефтеносности не указан), то ясно, что при работе скважины контур нефтеносности, стягиваясь, сможет «наступать» на нефтяную залежь лишь с одной стороны. Таким образом, для рассматриваемого случая характерна возможность лишь одностороннего питания пласта; область питания и контур нефтеносности расположены по одну сторону от нефтяной залежи; с трех других сторон залежь нефти ограничена сбросами.



Для решения задачи о работе скважин в подобных условиях будем пока пренебрегать разностью в вязкостях воды и нефти. Рассматривая, как и раньше, лишь плоскую задачу пластовой гидромеханики, воспользуемся методом отображения стоков.

Поместим точечный сток в центре скважины A_c и отобразим зеркально этот сток стоками же в линии сбросов BC_1 и EC_3 . Если такое отображение мы повторим бесконечное число раз, то получим прямолинейную цепочку стоков, для которых, в силу полной симметрии, линии сбросов BC_1 и EC_3 будут служить нейтральными линиями токов. Отобразим теперь эту прямолинейную цепочку бесконечного числа стоков зеркально в линии сбросов $C_1C_2C_3$, продолженной неограниченно в обе стороны; получим вторую прямолинейную цепочку бесконечного числа стоков, расположенную на расстоянии 2ω от первой. В каждой цепочке расстояние между соседними скважинами будет равно 2σ ; все стоки рассматриваем равнодебитными. Таким образом, линия сброса C_1C_3 так же будет служить нейтральной линией тока. Две параллельные цепочки стоков изображены на рис. 59. Принимаем линию сброса C_1C_3 за ось x , точку C_2 — за начало координат.

Основываясь на принципе суперпозиции потенциальных полей, мы можем, согласно формуле (312), характеристическую функцию течения, отвечающую случаю двух параллельных цепочек стоков, записать в таком виде:

$$F(z) = -\frac{\bar{q}}{2\pi} \ln \left[\sin \left(\pi \frac{z + i\omega}{2\sigma} \right) \sin \left(\pi \frac{z - i\omega}{2\sigma} \right) \right], \quad (328)$$

где $\bar{q}$ — производительность любого из стоков, т. е. дебит скважины A_c .
Но

$$\sin \left(\pi \frac{z + i\omega}{2\sigma} \right) \sin \left(\pi \frac{z - i\omega}{2\sigma} \right) = \frac{1}{2} \left(\cos i\pi \frac{\omega}{\sigma} - \cos \frac{\pi z}{\sigma} \right),$$

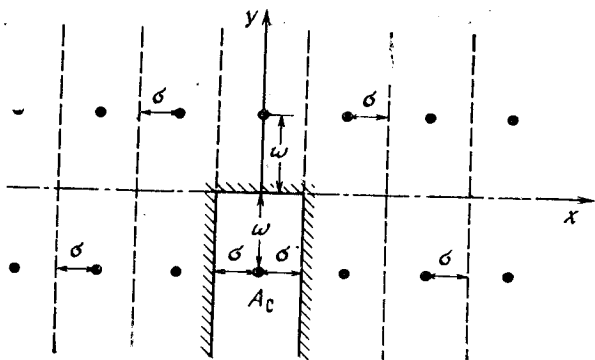


РИС. 59

следовательно, с точностью до несущественной аддитивной константы

$$F(z) = -\frac{\bar{q}}{2\pi} \ln \left(\operatorname{ch} \frac{\pi w}{\sigma} - \cos \frac{\pi z}{\sigma} \right). \quad (329)$$

Пользуясь тем же принципом суперпозиции полей, мы, согласно формуле (317), сможем давление в любой точке пласта представить так:

$$p = \frac{\bar{q}\mu}{4\pi k} \ln \left[\left(\operatorname{ch} \frac{\pi(y-w)}{\sigma} - \cos \frac{\pi x}{\sigma} \right) \left(\operatorname{ch} \frac{\pi(y+w)}{\sigma} - \cos \frac{\pi x}{\sigma} \right) \right] + C. \quad (330)$$

Разложим теперь функции $\operatorname{ch} \frac{\pi(y+w)}{\sigma}$; $\cos \frac{\pi x}{\sigma}$ в ряд в окрестности точки $x=0$, $y=-w$. Ограничиваясь так же, как и в формуле (319), двумя первыми членами разложения, найдем:

$$\operatorname{ch} \frac{\pi(y+w)}{\sigma} - \cos \frac{\pi x}{\sigma} = \frac{\pi^2}{2\sigma^2} [(y+w)^2 + x^2] = \frac{\pi^2}{2\sigma^2} r^2, \quad (331)$$

где r — радиус-вектор, имеющий полюсом точку $x=0$, $y=-w$.

Пользуясь соотношением (331), формулу (330) перепишем так:

$$p = \frac{\bar{q}\mu}{4\pi k} \ln \left[\left(\operatorname{ch} \frac{\pi(y-w)}{\sigma} - \cos \frac{\pi x}{\sigma} \right) \frac{\pi^2}{2\sigma^2} r^2 \right] + C. \quad (332)$$

Граничное условие на контуре скважины A_c будет таково, имея в виду, что координаты центра скважины $x=0$, $y=-w$:

$$p = p_1 \text{ при } r = R_1; \quad x=0; \quad y=-w. \quad (333)$$

Из формул (332) и (333) следует, что

$$p_1 = \frac{\bar{q}\mu}{4\pi k} \ln \left[\left(\operatorname{ch} \frac{2\pi w}{\sigma} - 1 \right) \frac{\pi^2 R_1^2}{2\sigma^2} \right] + C. \quad (334)$$

Условие на внешней границе оставим того же типа, что и (325):

$$p = p_0 \text{ при } x=0; \quad y=R_0. \quad (325)$$

Из формул (325) и (330) следует, что

$$p_0 = \frac{\bar{q}\mu}{4\pi k} \ln \left\{ \left[\operatorname{ch} \frac{\pi(R_0-w)}{\sigma} - 1 \right] \left[\operatorname{ch} \frac{\pi(R_0+w)}{\sigma} - 1 \right] \right\} + C. \quad (335)$$

Исключая C из уравнений (334) и (335), найдем дебит $\bar{q}$ скважины, работающей в пласте, ограниченном тремя сбросами:

$$\bar{q} = \frac{4\pi k (p_0 - p_1)}{\mu \ln \frac{\left[\operatorname{ch} \frac{\pi (R_0 - w)}{\sigma} - 1 \right] \left[\operatorname{ch} \frac{\pi (R_0 + w)}{\sigma} - 1 \right]}{\frac{\pi^2 R_1^2}{2\sigma^2} \left(\operatorname{ch} \frac{2\pi w}{\sigma} - 1 \right)}} \quad (336)$$

В тех случаях, которые как раз и представляют наибольший интерес для практики, когда σ и w малы по сравнению с R_0 , формулу (336) можно заменить такой более простой приближенной формулой:

$$\bar{q} = \frac{4\pi k (p_0 - p_1)}{\mu \left[2\pi \frac{R_0}{\sigma} - \ln \left(\frac{2\pi^2 R_1^2}{\sigma^2} \right) - \ln \left(\operatorname{ch} \frac{2\pi w}{\sigma} - 1 \right) \right]} \quad (337)$$

Студент В. П. Криворот, предложивший приближенную формулу (337), подсчитал такие примеры:

1. При $w = 0,5 R_0$, $\sigma = 0,05 R_0$ и $R_0 = 10^5 R_1$ результаты подсчетов по приближенной формуле (337) и точной формуле (336) совпадают с точностью до третьего десятичного знака.

2. При $w = 0,5 R_0$, $\sigma = 0,5 R_0$, $R_0 = 10^5 R_1$ формула (337) дает преувеличение в дебите на 0,5 %.

3. При $w = 0,9 R_0$, $\sigma = R_0$, $R_0 = 10^5 R_1$ формула (337) дает преувеличение на 12 %.

Все три примера (особенно два последние) взяты явно «неблагоприятные» — w и σ мало отличались от R_0 ; тем не менее результаты подсчетов по приближенной формуле (337) в первых двух примерах оказались почти совпадающими с подсчетами дебита по формуле (336).

§ 42. ВРЕМЯ ДВИЖЕНИЯ ВДОЛЬ ХАРАКТЕРНЫХ ЛИНИЙ ТОКА

Выведем формулы для времени движения вдоль различных характерных линий тока, сохраняя условия задачи предыдущего параграфа; таким образом, будем рассматривать законы движения вдоль линий тока в направлении к одной скважине, проведенной в пласт, ограниченный сбросами с трех сторон (см. рис. 57 и 58).

Найдем сначала уравнение семейства линий тока. Заметив, что

$$\cos \frac{\pi z}{\sigma} = \cos \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{ch} \frac{\pi y}{\sigma} - i \sin \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{sh} \frac{\pi y}{\sigma},$$

преобразуем формулу характеристической функции так:

$$F(z) = \frac{\bar{q}}{2\pi} \ln \left[\left(\operatorname{ch} \frac{\pi w}{\sigma} - \cos \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{ch} \frac{\pi y}{\sigma} \right) + i \sin \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{sh} \frac{\pi y}{\sigma} \right]. \quad (338)$$

Отделяя действительную часть от мнимой, найдем функцию тока Ψ , как коэффициент при i мнимой части, в таком виде — см. формулу (83):

$$\Psi = -\frac{\bar{q}}{2\pi} \operatorname{arctg} \left[\frac{\sin \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{sh} \frac{\pi y}{\sigma}}{\operatorname{ch} \frac{\pi w}{\sigma} - \cos \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{ch} \frac{\pi y}{\sigma}} \right], \quad (339)$$

а, следовательно, уравнение семейства линий тока будет таково:

$$\frac{\sin \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{sh} \frac{\pi y}{\sigma}}{\operatorname{ch} \frac{\pi w}{\sigma} - \cos \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{ch} \frac{\pi y}{\sigma}} = \operatorname{const} \equiv D_0. \quad (340)$$

Определив выражение производной от характеристической функции по комплексному аргументу из формулы (329)

$$\frac{dF}{dz} = -\frac{\bar{q}}{2\pi} \frac{\sin \frac{\pi z}{\sigma}}{\operatorname{ch} \frac{\pi w}{\sigma} - \cos \frac{\pi z}{\sigma}}, \quad (340 \text{ a})$$

и подставляя это выражение в формулу (90) для времени движения вдоль линии тока, получим:

$$t = -\frac{2\pi m}{\bar{q}} \int_L \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi w}{\sigma} - \cos \frac{\pi z}{\sigma}}{\sin \frac{\pi z}{\sigma}} d\tilde{z}. \quad (341)$$

Отделяя в правой части формулы (341) действительную часть от мнимой и пользуясь уравнением семейства линий тока (340), убеждаемся в том, что мнимая часть тождественно обращается в нуль и, в итоге, мы получаем следующее:

$$t = -\frac{2\pi m}{\bar{q}} \times \left\{ \int_L \frac{\left(\operatorname{ch} \frac{\pi w}{\sigma} - \cos \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{ch} \frac{\pi y}{\sigma} \right) \sin \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{ch} \frac{\pi y}{\sigma} + \sin \frac{\pi x}{\sigma} \cos \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{sh}^2 \frac{\pi y}{\sigma}}{\sin^2 \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{ch}^2 \frac{\pi y}{\sigma} + \cos^2 \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{sh}^2 \frac{\pi y}{\sigma}} dx + \right. \\ \left. + \frac{\sin^2 \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{sh} \frac{\pi y}{\sigma} - \left(\cos \frac{\pi w}{\sigma} - \cos \frac{\pi x}{\sigma} \right) \cos \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{sh} \frac{\pi y}{\sigma}}{\sin^2 \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{ch}^2 \frac{\pi y}{\sigma} + \cos^2 \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{sh}^2 \frac{\pi y}{\sigma}} dy \right\}. \quad (342)$$

Произведем интеграцию вдоль некоторых определенных линий тока; вдоль линии тока $x=0$ время движения согласно формуле (342) представится так:

$$t = \frac{2\sigma m}{\bar{q}} \int_{y_0}^y \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi w}{\sigma} - \operatorname{ch} \frac{\pi y}{\sigma}}{\operatorname{sh} \frac{\pi y}{\sigma}} dy = \frac{2\sigma^2 m}{\pi \bar{q}} \left[\left(\operatorname{ch} \frac{\pi w}{\sigma} \right) \operatorname{lnth} \frac{\pi y}{2\sigma} - \operatorname{lnsh} \frac{\pi y}{\sigma} \right]_{y_0}^y. \quad (343)$$

где y_0 и y — ординаты начального и конечного положений точки на оси y . Таким образом, формула (343) определяет закон движения вдоль линии тока DA_c или C_2A_c (см. рис. 57 и 58).

Для линий тока $x = \pm \sigma$, т. е. для движения вдоль линий сбросов BC_1 и EC_3 , из формулы (342) получим:

$$\begin{aligned} t &= -\frac{2\sigma m}{\bar{q}} \int_{y_0}^y \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi w}{\sigma} + \operatorname{ch} \frac{\pi y}{\sigma}}{\operatorname{sh} \frac{\pi y}{\sigma}} dy = \\ &= -\frac{2\sigma^2 m}{\pi \bar{q}} \left[\left(\operatorname{ch} \frac{\pi w}{\sigma} \right) \operatorname{lnth} \frac{\pi y}{2\sigma} + \operatorname{lnsh} \frac{\pi y}{\sigma} \right]_{y_0}^y. \end{aligned} \quad (344)$$

Линии тока $x=0$ и $x=\pm\sigma$ соответствовали значению параметра $D_0=0$ в уравнении (340). Исследуем теперь движение вдоль линий тока:

$$\operatorname{ch} \frac{\pi w}{\sigma} - \cos \frac{\pi x}{\sigma} \operatorname{ch} \frac{\pi y}{\sigma} = 0. \quad (345)$$

Эта линия тока отвечает значению параметра $D_0=\infty$. Для рассматриваемой линии тока формула (342), после некоторых преобразований (выражая dy через dx с помощью уравнения линии тока 345) примет вид:

$$t = -\frac{2\sigma m}{\bar{q}} \int_{x_0}^x \operatorname{tg} \frac{\pi x}{\sigma} dx,$$

т. е.

$$t = \frac{2\sigma^2 m}{\pi \bar{q}} \left[\ln \cos \frac{\pi x}{\sigma} \right]_{x_0}^x. \quad (346)$$

Пользуясь уравнением (345), последнюю формулу можно представить так:

$$t = \frac{2\sigma^2 m}{\pi \bar{q}} \left[\operatorname{lnch} \frac{\pi y}{\sigma} \right]_{y_0}^y. \quad (346 a)$$

Координаты x_0 , y_0 и x , y — суть координаты начальной и конечной точек отрезка пути на линии тока, определяющейся уравнением (345). Две ветви этой линии тока нанесены пунктиром на рис. 57 и 58, ее асимптоты намечены штрих-пунктиром.

Вдоль линии тока $y=0$, т. е. вдоль линий C_1C_2 или C_3C_2 время движения, согласно формуле (342), представится так:

$$t = - \frac{2\sigma}{q} \int_{x_0}^x \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi w}{\sigma} - \cos \frac{\pi x}{\sigma}}{\sin \frac{\pi x}{\sigma}} dx,$$

т. е.

$$t = - \frac{2\sigma^2 m}{\pi q} \left[\left(\operatorname{ch} \frac{\pi w}{\sigma} \right) \operatorname{Intg} \frac{\pi x}{2\sigma} - \ln \sin \frac{\pi x}{\sigma} \right]_{x_0}^x. \quad (347)$$

В заключение найдем еще положение точек равновесия, т. е. тех точек, где скорость обращается в нуль. Модуль скорости можно определить по формуле (85а), а, следовательно, скорость обращается в нуль в тех точках, для которых

$$\left| \frac{dF}{dz} \right| = 0.$$

Из формул (340а) следует, что подобным свойством будут обладать точки, имеющие такие координаты:

$$(0, 0); (\sigma, 0) \text{ } (-\sigma, 0),$$

т. е. точками равновесия являются точки C_1, C_2, C_3 ; это можно было бы предвидеть и из физических соображений.

Формулы данного параграфа мы используем дальше при определении характера стягивания контура нефтеносности.

§ 43. СЛУЧАЙ АСИММЕТРИЧНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ СКВАЖИНЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ДВУХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЛИНИЙ СБРОСОВ

Заменим скважину A_c точечным стоком O в ее центре; начало координат совместим с этим стоком, причем ось y пустим параллельно линиям сбросов BC и DE . Обозначим расстояния стока O от линий сбросов через σ_1 и σ_2 . Итак, единственное отличие данной задачи от той, которая была решена в § 40, заключается в том, что мы не требуем равенства расстояний σ_1 и σ_2 , т. е. допускаем возможность асимметричного положения скважины относительно параллельных линий сбросов (см. рис. 60). Отображаем зеркально сток в двух линиях сбросов и повторяем такое отображение бесконечное число раз. Получим прямолинейную цепочку бесконечного числа стоков равного дебита. Однако теперь расстояния между соседними стоками будут неодинаковыми. Разобьем всю цепочку стоков на две группы; для одной группы стоков абсциссы будут таковыми (ось абсцисс пускаем вдоль цепочки стоков):

$$2\sigma_1; 2\sigma_1 + 2(\sigma_1 + \sigma_2)v; 2\sigma_1 - 2(\sigma_1 + \sigma_2)v, \quad (348)$$

причем $v=1, 2, \dots, \infty$.

Для другой группы стоков абсциссы представляются так:

$$0; 2(\sigma_1 + \sigma_2)\lambda; -2(\sigma_1 + \sigma_2)\lambda; \quad (349)$$

причем $\lambda=1, 2, \dots, \infty$.

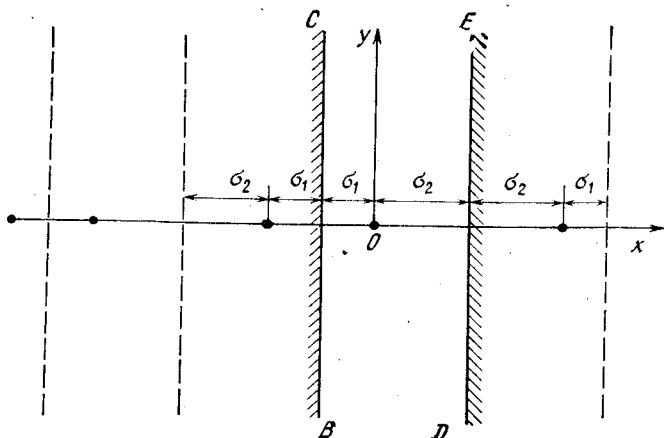


РИС. 60

Введем временно такие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} 2(\sigma_1 + \sigma_2) &= b, \\ 2\sigma_1 &= x_0. \end{aligned} \right\} \quad (350)$$

Характеристическая функция подобной цепочки двух групп стоков запишется так:

$$\left. \begin{aligned} F(z) = & -\frac{\bar{q}_a}{2\pi} \left\{ \ln(z - z_0) + \sum_{\nu=1}^{\infty} \ln(z - x_0 - b\nu) + \right. \\ & \left. + \sum_{\nu=1}^{\infty} \ln(z - x_0 + b\nu) + \ln z + \sum_{\lambda=1}^{\infty} \ln(z - b\lambda) + \sum_{\lambda=1}^{\infty} \ln(z + b\lambda) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (351)$$

Здесь через $\bar{q}_a$ мы обозначили дебит скважины при, вообще говоря, асимметричном ее положении относительно сбросов.

Выполняя такие же преобразования, как и в § 40 при выводе формулы (312), представим сначала формулу (351) в таком виде:

$$\left. \begin{aligned} F(z) = & -\frac{\bar{q}_a}{2\pi} \left\{ \ln \frac{\pi(z - x_0)}{b} \prod_{\nu=1}^{\infty} \left[1 - \left(\frac{z - x_0}{b\nu} \right)^2 \right] + \right. \\ & \left. + \ln \frac{\pi z}{b} \prod_{\lambda=1}^{\infty} \left[1 - \left(\frac{z}{b\lambda} \right)^2 \right] \right\} \pm C, \end{aligned} \right\} \quad (352)$$

где $C = \text{const}$. Воспользовавшись разложением синуса в бесконечное произведение и возвращаясь к прежним обозначениям — см. формулу (350), получим окончательно характеристическую функцию в таком виде:

$$F(z) = -\frac{\bar{q}_a}{2\pi} \ln \left[\sin \frac{\pi(z - 2\sigma_1)}{2(\sigma_1 + \sigma_2)} \sin \frac{\pi z}{2(\sigma_1 + \sigma_2)} \right]. \quad (353)$$

Строго говоря, разбив все стоки прямолинейной цепочки на две группы с одинаковыми расстояниями $2(\sigma_1 + \sigma_2)$ между соседними стоками в каждой группе, можно было бы без всякого вывода сразу написать формулу характеристической функции (353). Для этого только нужно было использовать формулу (312) и принцип суперпозиции гидродинамических полей применительно к двум группам бесконечного числа стоков.

Зная характеристическую функцию, легко было бы получить формулу дебита, более общую, чем формулу (327) применительно к асимметричному расположению скважины. Мы, однако, этого делать не будем, ибо в следующем параграфе разберем еще более общий случай, ради которого нам и понадобится вывод формулы (353).

§ 44. РАБОТА СКВАЖИН В ПЛАСТЕ, ОГРАНИЧЕННОМ СБРОСАМИ С ТРЕХ СТОРОН — ОБЩИЙ СЛУЧАЙ

Сохраним все условия задачи § 41, но только будем теперь предполагать, что скважина A_c расположена асимметрично по отношению к линиям сбросов BC и DE (рис. 61).

Поместим точечный сток в центре скважины A_c .

Отображая зеркально сток стоками в трех линиях сбросов BC , CD и ED так, как это было пояснено в § 41, мы получим две параллельные цепочки стоков. В противоположность задаче § 41, расстояния между соседними стоками каждой цепочки не будут одинаковыми, а будут таковы, как в прямолинейной цепочке § 43. Таким образом, характеристическую функцию для данной задачи мы можем построить по принципу суперпозиции, используя формулу (353); будем иметь в виду, что у нас теперь имеются две параллельные цепочки бесконечного числа стоков.

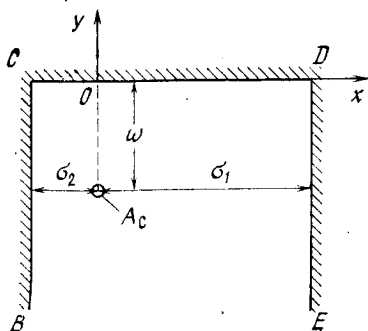


РИС. 61

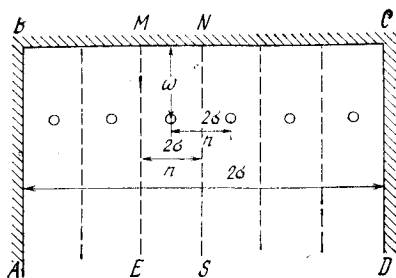


РИС. 62

Характеристическая функция течения будет, следовательно, такова:

$$F(z) = - \frac{\bar{q}_a}{2\pi} \ln \left\{ \sin \frac{\pi [z - (2\sigma_1 - iw)]}{2(\sigma_1 + \sigma_2)} \sin \frac{\pi (z + iw)}{2(\sigma_1 + \sigma_2)} \times \right. \\ \left. \times \sin \frac{\pi [z - (2\sigma_1 + iw)]}{2(\sigma_1 + \sigma_2)} \sin \frac{\pi (z - iw)}{2(\sigma_1 + \sigma_2)} \right\}, \quad (354)$$

где $\bar{q}_a$ — дебит скважины A_c , работающей в пласте, ограниченном сбросами с трех сторон и при асимметричном положении скважины относительно линий сбросов.

Из формулы (354) для характеристической функции можно было бы получить формулу потенциальной функции Φ (а, следовательно, помятуя соотношение (286), и формулу для давления) так же, как мы из формулы (312) получили формулу (316). Однако гораздо проще, как об этом упоминалось в конце прошлого § 43, использовать принцип суперпозиции и тогда формулу для давления в любой точке пласта сможем записать так:

$$p = \frac{\mu \bar{q}_a}{4\pi k} \ln \left\{ \left[\operatorname{ch} \frac{\pi (y + w)}{\sigma_1 + \sigma_2} - \cos \frac{\pi (x - 2\sigma_1)}{\sigma_1 + \sigma_2} \right] \left[\operatorname{ch} \frac{\pi (y + w)}{\sigma_1 + \sigma_2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \cos \frac{\pi x}{\sigma_1 + \sigma_2} \right] \left[\operatorname{ch} \frac{\pi (y - w)}{\sigma_1 + \sigma_2} - \cos \frac{\pi (x - 2\sigma_1)}{\sigma_1 + \sigma_2} \right] \left[\operatorname{ch} \frac{\pi (y + w)}{\sigma_1 + \sigma_2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \cos \frac{\pi x}{\sigma_1 + \sigma_2} \right] \right\} + C. \quad (355)$$

Отсюда, пользуясь граничными условиями того же типа, что и в § 40 и 41, студент Криворот, которому мы поручили проделывать все выкладки, вывел формулу для дебита скважины $\bar{q}_a$. Из этой формулы можно получить формулу (330) как частный случай, положив $\sigma_1 = \sigma_2$. Однако эта общая формула для дебита очень громоздка, и мы ее здесь не будем записывать, ибо вместо нее студент Криворот предложил несколько более простую, приближенную формулу; приближенная формула для дебита и здесь настолько же хорошо совпадает с более точной формулой, как мы это отмечали по поводу формул (336) и (337).

Приближенная формула для дебита скважины, проведенной в пласт, ограниченный сбросами с трех сторон (см. рис. 61), имеет вид:

$$\bar{q}_a = \frac{4\pi k (p_0 - p_1)}{\mu \left\{ \frac{4\pi}{\sigma_1 + \sigma_2} R_0 - \ln \left[\left(1 - \cos \frac{2\pi\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \right) \alpha \beta \right] - \ln \frac{8\pi^2 R_1^2}{(\sigma_1 + \sigma_2)^2} \right\}}, \quad (356)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \left(\operatorname{ch} \frac{2\pi w}{\sigma + \sigma^2} - 1 \right), \\ \beta &= \left(\operatorname{ch} \frac{2\pi w}{\sigma_1 + \sigma_2} - \cos \frac{2\pi\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (356 \text{ а})$$

Из приближенной формулы (356) можно получить приближенную формулу (337) как частный случай, положив $\sigma_1 = \sigma_2$.

§ 45. СУММАРНЫЙ ДЕБИТ ОДНОРЯДНОЙ ГРУППЫ СКВАЖИН, РАСПОЛОЖЕННЫХ В ПЛАСТЕ, ОГРАНИЧЕННОМ СБРОСАМИ С ТРЕХ СТОРОН

Предположим, что пласт ограничен сбросами с трех сторон; линии сбросов AB , BC и CD . Расставим скважины симметричной однорядной батареей вдоль прямой, параллельной линии сброса BC . Обозначим расстояние между сбросами AB и CD через 2σ (рис. 62). Пусть крайние скважины батареи находятся от сбросов AB и CD на расстоянии, соответственно равно половине расстояния между соседними скважинами. Тогда расстояния между соседними скважинами окажутся равными $2\sigma/n$, где n — число скважин. Установим во всех скважинах одинаковые противодавления p_1 . Тогда, в силу полной симметрии в расстановке скважин и предположения об однородности пласта, сможем утверждать следующее.

1. Все скважины равнодебитны.

2. Нейтральные (водораздельные) линии тока являются прямыми линиями, параллельными линиям сбросов AB и CD , проходящими через середины расстояний между соседними скважинами (на рис. 62 нейтральные линии тока проведены пунктиром).

3. Линии сбросов, как непроницаемые стенки, также являются линиями тока.

Отсюда следует, что каждая из n скважин будет работать точно так же, как если бы она была в пласте совершенно одна, причем пласт ограничен сбросами с трех сторон и расстояние между параллельными линиями сбросов равно $2\sigma/n$. Иными словами, пласт разбивается нейтральными линиями тока на n во всех отношениях одинаковых «полей» и в каждом таком «поле» скважина работает совершенно так же, как это было изучено в § 41 и 42.

Таким образом, для скважины внутри какой-либо полосы $EMNS$ применимы все формулы § 41 и 42, следует только во всех этих формулах 2σ заменить через $2\sigma/n$.

Дебит $\bar{q}_n'$ каждой из n скважин при их совместной работе определяется, согласно формуле (337), так:

$$\bar{q}_n' = \frac{4\pi k (p_0 - p_1)}{\mu \left[n \frac{2\pi R_0}{\sigma} - \ln n^2 \frac{2\pi R_1^2}{\sigma^2} - \ln \left(\operatorname{ch} \frac{2\pi wn}{\sigma} - 1 \right) \right]}. \quad (357)$$

Так как все скважины равнодебитны, то суммарный дебит $\bar{q}_{cn}'$ всех n скважин представится так:

$$\bar{q}_{cn}' = \frac{4\pi k (p_0 - p_1)}{\mu \alpha} n, \quad (358)$$

где через α , ради краткости, обозначено выражение, стоящее в квадратных скобках формулы (357).

Чтобы указать, как влияет число скважин на их суммарный дебит, интересно исследовать такой вопрос: предположим, что скважины мы ставим все ближе и ближе друг к другу, увеличивая их число и придерживаясь обусловленной симметрии в их расположении. Спрашивается: как изменяется при этом суммарный дебит и какова будет его величина, если число скважин, в пределе, доведено до бесконечности. Собственно говоря, при бесконечном числе скважин они сливаются в сплошную дренажную прямолинейную галерею, перегораживающую пласт. Суммарный дебит такой галереи обозначим через $\bar{q}_r$, причем

$$\bar{q}_r = \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{q}'_{cn}. \quad (359)$$

Подобную же задачу с кольцевой дренажной галереей мы разбирали в главе IV.

Итак, чтобы найти дебит прямолинейной галереи, надо в формуле (358) положить $n \rightarrow \infty$ и перейти к пределу; непосредственная подстановка значения $n = \infty$ приводит формулу (358) к неопределенности. Раскрывая неопределенность по правилу Лопиталя, получаем в пределе следующее:

$$\bar{q}_r = \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{q}'_{cn} = \frac{k}{\mu} \frac{p_0 - p_1}{R_0 - w} 2\sigma. \quad (360)$$

Пришли, как и следовало ожидать, к такой формуле дебита, какая имеет место для прямолинейно-параллельного движения в пласте, при ширине пласта 2σ , при перепаде давления $(p_0 - p_1)$ и при длине соответствующего этому перепаду давления участка пласта $(R_0 - w)$; дебиты $\bar{q}_{cn}$, $\bar{q}_r$ отнесены к единице мощности пласта.

Формулу (360) мы получили из (358), отвечающей приближенной формуле дебита (337); заметим, что тем же предельным переходом формулу (360) можно было бы вывести и из той формулы суммарного дебита скважин, которая отвечает более точной формуле (336).

Итак, движение жидкости к прямолинейной дренажной галерее, параллельной сбросу ВС и пересекающей весь пласт, является прямолинейно-параллельным и случай галереи мы получили путем предельного перехода от случая прямолинейной батареи скважин. Поэтому невольно возникает вопрос: насколько отличается закон притока жидкости к однородной батарее скважин (см. рис. 62) от законов прямолинейно-параллельного движения.

Дальше, анализируя характер стягивания контура нефтеносности, мы подробно остановимся на этом вопросе, но и теперь сделаем по этому поводу несколько замечаний.

Как было выяснено в данном параграфе, исследование батареи скважин можно свести к исследованию одной скважины, рабо-

тающей в таких условиях, какие разбирались в § 41 и 42 (см. рис. 57 и 58). Поэтому, поставим перед собой такую задачу: исследовать изменение давления вдоль оси y , проходящей через центр скважины.

Пользуясь формулой давления (330) § 41 и установленными там граничными условиями, студент В. П. Криворот получил такую приближенную формулу, характеризующую распределение давлений в пласте — эта формула столь же близка к точной, как формула (337) к формуле (336):

$$\frac{p - p_1}{p_0 - p_1} = \frac{\ln \left[4 \left(\operatorname{ch} \frac{\pi y}{\sigma} - \operatorname{ch} \frac{\pi w}{\sigma} \right)^2 \right] - \ln \left[\frac{2\pi^2}{\sigma^2} R_1^2 \left(\operatorname{ch} \frac{2\pi w}{\sigma} - 1 \right) \right]}{\frac{2\pi R_0}{\sigma} - \ln \left[\frac{2\pi^2}{\sigma^2} R_1^2 \left(\operatorname{ch} \frac{2\pi w}{\sigma} - 1 \right) \right]}, \quad (361)$$

где p — давление в любой точке пласта на оси y ; p_1 — противодавление в скважине; p_0 — постоянное давление на контуре области питания на расстоянии R_0 от скважины. В этой формуле 2σ — расстояние между соседними скважинами (см. рис. 57 и 58).

На основании формулы (361) построены графики на рис. 63 и 64.

Рис. 63 построен при таких данных: $R_1 = 10$ см, $R_0 = 10$ км, $2\sigma = 200$ м, $w = 10$ м (см. рис. 57 и 58); 2σ и здесь — расстояние между соседними скважинами.

Рис. 64 построен при таких данных: $R_1 = 10$ см, $R_0 = 10$ км, $2\sigma = 2$ км, $w = 10$ м.

На этих рисунках y — расстояние от линии сброса C_1C_3 (см. рис. 57 и 58) вдоль линии тока, проходящей через центр скважи-

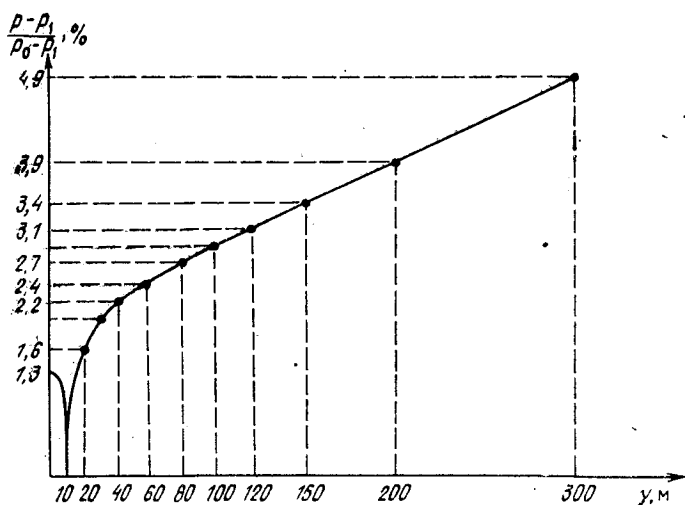


РИС. 63

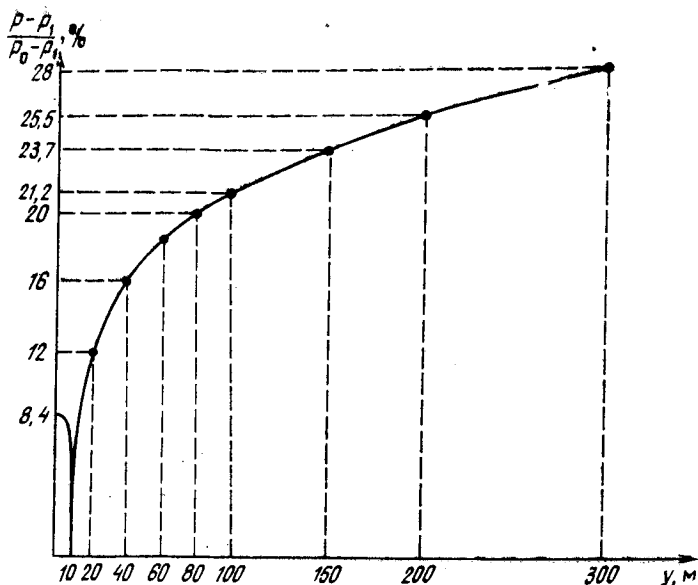


РИС. 64

ны; на рис. 62 это будет расстояние от сброса BC вдоль тех же линий тока.

Судя по рис. 61 и 62, резкое изменение давления заметно лишь вблизи скважины, а дальше оно следует линейному закону, причем график изменения давления тем лучше приближается к прямой, чем меньше расстояние между скважинами 2σ . Таким образом, для тесной расстановки скважин изменение давления сравнительно недалеко от скважин начинает следовать линейному закону, характерному для прямолинейно-параллельного движения жидкости.

§ 46. ЗАВИСИМОСТЬ СУММАРНОГО ДЕБИТА СКВАЖИН ОТ ИХ ЧИСЛА И СТЕПЕНИ УПЛОТНЕНИЯ; СЛУЧАЙ МОНОКЛИНАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ, ОСЛОЖНЕННОЙ СБРОСАМИ

В данном параграфе рассмотрим такой случай: однорядная прямолинейная батарея скважин проведена в пласте, ограниченном сбросами с трех сторон (см. рис. 62). С таким случаем на практике можно встретиться, например, вот когда: представим себе моноклиналичную структуру, осложненную сбросами; пусть сброс BC приурочен к верхней части структуры и два сброса AB и CD идут вниз по падению пласта.

Сохраним все обозначения предыдущего параграфа и рис. 62. Зададим себе такой вопрос: как будет меняться суммарный дебит скважин прямолинейной батареи, пересекающей пласт от сброса

AB к сбросу DC , с изменением числа скважин? Меняя число скважин прямолинейной батареи, мы, тем самым, меняем расстояния между ними, ибо длина всей прямолинейной батареи скважин лимитируется расстоянием 2σ между сбросами AB и DC .

Пусть вся батарея состоит из двух симметрично, расположенных скважин; суммарный дебит их назовем через $\bar{q}_{2c}$; ; это соответствует случаю $n=2$ предыдущего параграфа.

Для пяти скважин суммарный дебит обозначим через $\bar{q}_{5c}$ и т. д. Дебит галереи, пересекающей пласт, назовем через $\bar{q}_r$.

В табл. 34 и 35 эти дебиты подсчитаны по формулам (357) — (360) предыдущего параграфа. Дебит $\bar{q}$ единственной скважины (случай $n=1$, см. рис. 57 и 58) подсчитан по формуле (337) § 41. Все эти дебиты, отнесенные к единице мощности пласта, в этих таблицах выражены в $\text{м}^3/\text{сут.}$ Кроме того, было предположено, что $p_0 - p_1 = 10$ ат (1 МПа), $k=1$ Д (1 мкм^2), $\mu=1$ сП (1 МПа·с), $R_1=10$ см, причем в табл. 34 принято $R_0=10$ км, а в табл. 35 $R_0=50$ км. Чтобы получить более полную картину, взято несколько случаев утрированно малых расстояний 2σ между сбросами.

Итак, в табл. 34 и 35 представлено изменение суммарного дебита скважин однорядной батареи (см. рис. 62) с изменением их числа от 1 до ∞ (сплошная дренажная галерея) и для различных значений 2σ и w .

Таблица 34

$w, \text{ м}$	$2 \sigma = 100 \text{ м}$					$2 \sigma = 200 \text{ м}$				
	$\bar{q}$	$\bar{q}_{2c}$	$\bar{q}_{5c}$	$\bar{q}_{10c}$	$\bar{q}_r$	$\bar{q}$	$\bar{q}_{2c}$	$\bar{q}_{5c}$	$\bar{q}_{10c}$	$\bar{q}_r$
10	0,85	0,86	0,86	0,86	0,86	1,69	1,71	1,73	1,73	1,73
50	0,86	0,86	0,87	0,87	0,87	1,70	1,72	1,73	1,73	1,74
100	0,86	0,87	0,87	0,87	0,87	1,71	1,73	1,74	1,74	1,74
1000	0,95	0,96	0,96	0,96	0,96	1,88	1,90	1,91	1,92	1,92
	$2 \sigma = 400 \text{ м}$					$2 \sigma = 2000 \text{ м}$				
	$\bar{q}$	$\bar{q}_{2c}$	$\bar{q}_{5c}$	$\bar{q}_{10c}$	$\bar{q}_r$	$\bar{q}$	$\bar{q}_{2c}$	$\bar{q}_{5c}$	$\bar{q}_{10c}$	$\bar{q}_r$
10	3,30	3,39	3,44	3,45	3,46	12,83	15,25	16,46	16,97	17,30
50	3,33	3,41	3,45	3,46	3,47	13,36	15,47	16,64	17,05	17,36
100	3,35	3,43	3,47	3,48	3,49	13,60	15,53	16,75	17,14	17,45
1000	3,67	3,76	3,81	3,83	3,84	14,94	16,98	18,35	18,81	19,20
	$2 \sigma = 9000 \text{ м}$									
	$\bar{q}$	$\bar{q}_{2c}$	$\bar{q}_{5c}$	$\bar{q}_{10c}$	$\bar{q}_r$					
10	26,09	41,14	59,50	68,51	77,83					
50	28,24	43,62	61,65	69,94	78,25					
100	29,31	44,96	62,70	70,62	78,54					
1000	33,50	50,42	68,85	77,24	86,40					

$w, м$	$2 \sigma = 100 м$					$2 \sigma = 200 м$				
	$\bar{q}$	$\bar{q}_{2c}$	$\bar{q}_{5c}$	$\bar{q}_{10c}$	$\bar{q}_r$	$\bar{q}$	$\bar{q}_{2c}$	$\bar{q}_{5c}$	$\bar{q}_{10c}$	$\bar{q}_r$
10	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,34	0,34	0,35	0,35	0,35
50	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,34	0,34	0,35	0,35	0,35
100	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,34	0,35	0,35	0,35	0,35
1000	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
	$2 \sigma = 400 м$					$2 \sigma = 2000 м$				
	$\bar{q}$	$\bar{q}_{2c}$	$\bar{q}_{5c}$	$\bar{q}_{10c}$	$\bar{q}_r$	$\bar{q}$	$\bar{q}_{2c}$	$\bar{q}_{5c}$	$\bar{q}_{10c}$	$\bar{q}_r$
10	0,68	0,69	0,69	0,69	0,69	3,23	3,36	3,42	3,44	3,46
50	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	3,26	3,37	3,43	3,45	3,46
100	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	3,28	3,38	3,43	3,45	3,46
1000	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	3,35	3,44	3,50	3,51	3,53
	$2 \sigma = 9000 м$									
	$\bar{q}$	$\bar{q}_{2c}$	$\bar{q}_{5c}$	$\bar{q}_{10c}$	$\bar{q}_r$					
10	11,63	13,23	14,63	15,11	15,55					
50	12,03	13,32	14,74	15,18	15,56					
100	12,26	13,40	14,82	15,22	15,58					
1000	12,93	13,82	15,15	15,50	15,87					

Примечание. Величина 2σ обозначает, как и в формулах (357) — (360), расстояние между параллельными сбросами AB и DC (см. рис. 62); расстояние между соседними скважинами симметричной однорядной батареи равно $2\sigma/n$, где n — число скважин.

Анализ этих таблиц показывает, что при малых значениях расстояния 2σ между параллельными сбросами, порядка 100—400 м, суммарный дебит скважин крайне мало зависит от их числа; дебит одной скважины почти равен дебиту бесконечного числа скважин, т. е. дебиту галереи. Отсюда следует, что если пласт перебит сбросами на отдельные небольшие поля, то добавление новых скважин в таком поле не увеличит суммарного дебита — дебит перераспределится между старыми и новыми скважинами; такой же результат мы дальше получим, когда будем добавлять новые скважины не вдоль по простиранию пласта, а вдоль по падению, т. е. параллельно линиям сбросов AB и CD .

Даже при $2\sigma = 2$ км, мы видим, что дебит двух и, тем более, пяти скважин не сильно отличается от дебита галереи.

Из сравнения данных табл. 34 и 35 очевидно, что для $R_0 = 50$ км суммарный дебит скважин имеет значительно меньшую величину, чем при $R_0 = 10$ км и возрастает суммарный дебит в первом случае более медленно, чем во втором.

Интересно отметить следующее обстоятельство: при радиальном движении жидкости к скважинам или, вообще, когда

контур области питания окружает скважину, или группу скважин, со всех сторон, размеры контура области питания очень мало влияют на дебит скважины. Уже было неоднократно подчеркнуто, что изменение R_0 с 10 км даже до 50 км сравнительно не сильно отражается на дебите скважины. В задаче, рассматриваемой в данном параграфе, мы наблюдаем совсем иную картину.

Причина этого явления такова: при радиальном движении давление падает в направлении движения по закону логарифмической функции — см. книгу [3, § 10]; давление при движении к скважине падает очень круто лишь в окрестности скважины — именно на преодоление сопротивлений в окрестности скважины тратится большая часть перепада давления; вдали от скважины давление изменяется крайне медленно. Поэтому при радиальном движении не столь сильно заметно: распространяется ли перепад давления на расстояние 10 или 50 км. Наоборот, течение жидкости к скважине в пласте, ограниченном сбросами с трех сторон, следует (вдали от скважины) почти точно законам прямолинейно-параллельного движения; давление вдали от скважины изменяется по линейному закону, а потому, естественно, в этих условиях перераспределение одного и того же перепада давления на расстояние с 10 на 50 км приводит к заметному понижению дебита.

§ 47. СОПОСТАВЛЕНИЕ СЛУЧАЕВ СИММЕТРИЧНОГО И АСИММЕТРИЧНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ СКВАЖИНЫ ОТНОСИТЕЛЬНО СБРОСОВ

В § 43 была выведена формула для дебита скважины, расположенной симметрично по отношению к двум линиям сбросов в пласте, ограниченном тремя линиями сбросов. Проанализируем теперь: насколько влияет асимметрия в расположении скважин на ее дебит. Для этого составлена табл. 36, в которой сопоставляются дебиты $\bar{q}$ и $\bar{q}_a$. Дебит $\bar{q}$ соответствует симметричному расположению скважин (см. рис. 57 и 58) и подсчитан по формуле (337), а дебит $\bar{q}_a$ — асимметричному положению (см. рис. 61); асимметрия характеризуется тем, что принято $\sigma_1 = \frac{1}{5}(\sigma_1 + \sigma_2)$,

Таблица 36

$\sigma, \text{ м}$	$2 \sigma = 100 \text{ м}$		$2 \sigma = 200 \text{ м}$		$2 \sigma = 400 \text{ м}$		$2 \sigma = 2000 \text{ м}$	
	$\bar{q}$	$\bar{q}_a$	$\bar{q}$	$\bar{q}_a$	$\bar{q}$	$\bar{q}_a$	$\bar{q}$	$\bar{q}_a$
10	0,85	0,85	0,69	1,69	3,29	3,27	12,83	12,51
50	0,86	0,86	1,70	1,70	3,33	3,32	13,36	13,01
100	0,86	0,86	1,71	1,71	3,35	3,33	13,60	13,24
1000	0,95	0,95	1,88	1,88	3,67	3,66	14,94	14,69

т. е. расстояние от скважины до одного сброса в 4 раза больше, чем до другого. Дебит $\bar{q}_a$ подсчитан по формуле (356). Значения дебитов $\bar{q}$ и $\bar{q}_a$ приведены для разных расстояний 2σ между двумя параллельными сбросами и для разных расстояний ω до третьего сброса.

При составлении табл. 36 было принято: $R_1=10$ см, $R_0=10$ км, $p-p_1=10$ ат (1 МПа), $k=1$ Д (1 мкм²), $\mu=1$ сП (1 мПа·с). Дебиты $\bar{q}$ и $\bar{q}_a$ выражены в м³/сут. По данным этой таблицы видим, что асимметрия в расположении скважины мало влияет на ее дебит.

§ 48. СРАВНЕНИЕ ВЕЛИЧИН ДЕБИТА СКВАЖИНЫ В СЛУЧАЯХ ОДНОГО, ДВУХ И ТРЕХ СБРОСОВ, ОГРАНИЧИВАЮЩИХ ПЛАСТ

Сравним между собой величины дебита скважины в трех случаях.

1. Пласт ограничен одним прямолинейным сбросом (см. § 36, 38); дебит скважины $\bar{q}$ определяется формулой (282) — см. так же рис. 52.

2. Пласт ограничен двумя сбросами, пересекающимися под прямым углом (линия сброса образует прямой угол) — см. § 39; дебит $\bar{q}$ скважины определяется формулой (305) — см. так же рис. 55.

3. Пласт ограничен сбросами с трех сторон (см. § 41 и 42), дебит $\bar{q}$ скважины определяется формулой (337) — см. так же рис. 57—59.

Для сравнения дебита скважины в этих трех случаях составим отношение: $\bar{q}/q$; это отношение будем выражать в процентах, причем q представляет собой дебит скважины при отсутствии сбросов, т. е. определяется формулой Дюпюи (101).

Заметим, что рассматриваемое здесь отношение представляет величину, обратную коэффициенту влияния сброса λ ; коэффициент λ мы подсчитывали в § 38 и 39.

Табл. 37а соответствует первому из трех упомянутых случаев (один сброс), табл. 37б — второму случаю (два сброса), табл. 37в — третьему случаю.

Таблица 37а

$\omega, \text{ м}$	$\frac{\bar{q}}{q},$
	%
10	64,8
50	71,4
100	74,6
500	83,3
2000	92,6

Таблица 37б

$\omega_1, \text{ м}$	$\omega, \text{ м}$				
	10	50	100	500	2000
	$\frac{\bar{q}}{q}, \%$	$\frac{\bar{q}}{q}, \%$	$\frac{\bar{q}}{q}, \%$	$\frac{\bar{q}}{q}, \%$	$\frac{\bar{q}}{q}, \%$
10	39,2	42,8	45,1	51,5	58,9
50	42,8	46,1	48,3	55,5	64,1
100	45,1	48,3	50,5	57,5	66,7
500	51,5	55,5	57,5	63,7	73,7
2000	58,9	64,1	66,7	73,7	82,8

Таблица 37в

$w, м$	$2 \sigma, м$					
	20	100	200	1000	2000	9000
	$\frac{\bar{q}}{q}, \%$	$\frac{\bar{q}}{q}, \%$	$\frac{\bar{q}}{q}, \%$	$\frac{\bar{q}}{q}, \%$	$\frac{\bar{q}}{q}, \%$	$\frac{\bar{q}}{q}, \%$
10	0,37	1,82	3,60	16,00	27,23	55,34
50	0,37	1,83	3,62	16,30	28,33	59,92
100	0,37	1,84	3,64	16,70	28,85	62,18
500	0,39	1,91	3,79	17,18	30,34	68,20
2000	0,48	2,27	4,48	20,02	34,70	75,62

Понятно, что в этих таблицах величина q остается одна и та же; меняется только $\bar{q}$, а потому меняется и отношение $\bar{q}$ к q . При составлении таблиц было принято, что $R_1=10$ см, $R_0=10$ км.

Сопоставляя таблицы, мы видим, что увеличение числа сбросов, ограничивающих пласт, резко влияет на дебит скважины. Так, например, если $w=50$ м, из табл. 37а видим, что дебит $\bar{q}$ составляет 71,4 % по отношению к дебиту q .

Из табл. 37б находим, что при $w_1=w_2=50$ м дебит $\bar{q}$ составляет по отношению к тому же дебиту q уже 46,1 %. Для случая трех сбросов, из табл. 37в при $w=\sigma=50$ м получаем отношение дебита $\bar{q}$ к q , равным только 1,83 %.

§ 49. ХАРАКТЕР СЯГИВАНИЯ КОНТУРА НЕФТЕНОСНОСТИ К ОДНОРЯДНОЙ БАТАРЕЕ СКВАЖИН В ПЛАСТЕ, ОГРАНИЧЕННОМ СБРОСАМИ С ТРЕХ СТОРОН

Предположим, что в пласте, ограниченном сбросами с трех сторон, проведена симметричная однорядная батарея скважин (см. рис. 62). В § 45 были указаны основные формулы дебита скважин и распределения давления в пласте при работе подобной батареи. Разберем теперь вопрос о характере стягивания контура нефтеносности.

Предположим, что первоначальный контур нефтеносности расположен вдоль прямой линии, параллельной сбросу и пересекающей пласт от сброса AB до сброса DC — на рис. 62 положение первоначального контура нефтеносности не указано.

Подобная форма и положение контура нефтеносности были характерны при моноклиальной структуре при условии, что сбросы BA и CD идут вдоль по падению пласта, а сброс BC находится в верхней части структуры, к которой приурочена также залежь нефти, расположенная в области $ABCD$. Упомянутый первоначальный прямолинейный контур нефтеносности, параллельный линии сброса BC , будет совпадать с изогипсой пласта.

Как уже было указано в § 45, при симметричном расположении скважин в однорядной батарее не обязательно изучать рабо-

ту всех скважин — достаточно изучить работу хотя бы одной скважины внутри полосы $EMNS$; дебиты других скважин, распределение давления в пласте и характер стягивания контура нефтеносности во всех других полосах будут точно такими же, как и в полосе $EMNS$. Таким образом, при изучении стягивания контура нефтеносности к симметричной однорядной батарее скважин, совершенно не требуется указывать число скважин в батарее, или расстояние между параллельными сбросами AB и CD . Достаточно указать ширину полосы $EMNS$ (равную расстоянию между соседними скважинами, т. е. в n раз меньшему расстояния между сбросами, где n — число скважин); количество таких полос не имеет значения при изучении характера стягивания контура нефтеносности. На рис. 65 взято три таких полосы; можно, конечно, сказать, что в пласт, ограниченный сбросами BC_1C_2E , проведено три скважины A_1, A_2, A_3 . Из чертежа мы убеждаемся в полной симметрии стягивания контура нефтеносности внутри трех полос $BC_1N_1'N_1, N_1N_1'N_2'N_2, N_2N_2'C_2E$; нейтральные линии тока N_1N_1', N_2N_2' играют роль сбросов. На рис. 57 и 58 мы ограничились изучением только одной полосы.

Рис. 57 соответствует такому случаю: $w=100$ м, $2\sigma=200$ м, т. е. расстояние от скважины A_c до всех трех сбросов равно 100 м. Рис. 58 соответствует случаю $w=10$ м, $2\sigma=800$ м, рис. 65 — $w=10$ м, $2\sigma=200$ м.

На всех этих рисунках сплошными линиями указаны последовательные положения стягивающегося контура нефтеносности $A_n^I, A_n^{II}, A_n^{III}$ и т. д., причем во всех случаях принято: расстояние первоначального прямолинейного контура нефтеносности от линии сбросов C_1C_2 равно 1000 м. Контур нефтеносности, соответствующий моменту обводнения скважин, на рис. 65 обозначен через A_n^{III} , на рис. 57 — через A_n^{II} , на рис. 58 — через A_n^V .

Последовательные положения контуров нефтеносности определялись так: нам известны законы движения вдоль наиболее ха-

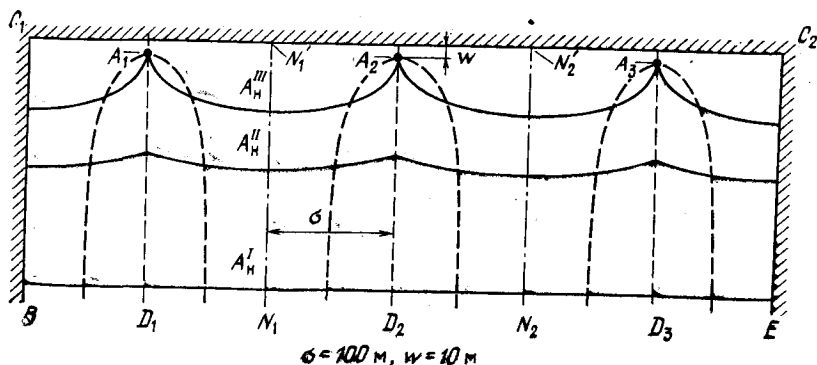


РИС. 65

рактерных линий тока; именно формулы (343)—(346а) § 42 устанавливают зависимость между временем и положением движущейся частицы жидкости вдоль линии тока. Положение точки на линиях тока мы характеризовали с помощью координаты y , которая равна расстоянию от линии сброса C_1C_2 до точки на линии тока в какой-либо момент времени (точки с координатами $y=0$ лежат на линиях сбросов C_1C_2 или $C_1C_2C_3$).

Предполагая, что в начальный момент времени контур нефтеносности находится от начала координат на расстоянии 1000 м, мы, тем самым, должны в формулах (343)—(346а) положить $y_0=1000$ м. Затем к концу одного и того же момента времени (беря одно и то же значение времени t в левых частях упомянутых формул), мы можем определить значение ординаты y , отвечающее этому моменту, для любой линии тока. За характером стягивания контура нефтеносности можно проследить не только на рис. 57, 58 и 65, но и по табл. 38. В этой таблице, рассчитанной по формулам (343)—(346а), приняты такие обозначения: y_n —расстояние от линии сброса C_1C_2 (или $C_1C_2C_3$ на рис. 57—58) до точки контура нефтеносности, движущейся вдоль прямой линии, проходящей через центр скважины и параллельной двум линиям сбросов (линиям сбросов BC_1 и EC_2 на рис. 65). Иными словами, пользуясь терминологией главы IV, y_n означает текущую ординату точки на главной линии тока.

Закон движения вдоль главной линии тока определяется формулой (343). Через y_k обозначена ордината той точки контура нефтеносности, которая движется вдоль криволинейной линии то-

Таблица 38

ω , м	2 σ =200 м			2 σ =800 м			2 σ =2000 м		
	y_n , м	y_k , м	y_c , м	y_n , м	y_k , м	y_c , м	y_n , м	y_k , м	y_n , м
10	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
	500	500	500	500	503	507	500	562	653
	300	300	300	300	319	337	300	470	574
	200	200	200	200	248	280	200	421	542
	100	104	105	100	187	236	100	395	526
	10	46,2	58,9	10	168	227	10	388	519
100	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
	500	500	500	500	503	507	500	593	670
	300	300	300	300	326	350	300	484	583
	200	201	202	200	264	299	200	462	567
	100	132	142	100	231	274	100	424	558
300	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
	500	500	500	500	526	548	500	637	685
	300	306	329	300	423	433	300	599	650

Примечание. Величина 2 σ обозначает расстояние между соседними скважинами, которое равно, в силу симметричности в расположении скважин, расстоянию между соседними нейтральными линиями тока (см. рис. 65).

ка, отмеченной пунктиром на рис. 57, 58 и 65; уравнение этой линии тока представляется формулой (345), а законы движения вдоль нее формулами (346) и (346а). Через y_c обозначена текущая ордината точки, движущейся вдоль любой из параллельных линий сбросов или вдоль любой иной нейтральной линии тока (т. е., например, вдоль линии $BC_1, N_1N'_1, N_2N'_2, EC_2$).

Заметим, что направление положительной оси y на рис. 57 и 58 указано такое, что все ординаты должны бы быть отрицательными; в табл. 38 приведены лишь абсолютные значения этих ординат.

Итак, таблица 38 дает полное представление о стягивании контура нефтеносности для разных значений ω и σ — расстояний скважин от сбросов или нейтральных линий тока.

Из табл. 38, рис. 57, 58 и 65 видно, что вдали от скважины контур нефтеносности движется поступательно, оставаясь все время параллельным самому себе (а, следовательно, параллельным линии сброса C_1C_2). Мало того, из табл. 38 мы видим, что для расстояний между скважинами порядка $2\sigma=200$ м или 300 м стягивающийся контур нефтеносности остается прямолинейным и параллельным своему первоначальному положению вплоть до самых ближайших к скважине точек; сколько-нибудь заметное нарушение в форме контура ощущается на расстояниях, значительно меньших 100 м от скважины (отмеряя расстояния от скважины до контура нефтеносности в направлении, параллельном оси y). Так, например, при $2\sigma=200$ м, $\omega=100$ м, мы имеем следующее (см. табл. 38): к моменту, когда $y_n=100$ м, т. е. к моменту обводнения скважины вдоль главной линии тока, наибольшее отставание точек контура нефтеносности вдоль линий сбросов равно 42 м. При расстояниях между скважинами порядка $2\sigma=800$ м (это, конечно, сравнительно большое расстояние — оно взято для полноты картины) контур нефтеносности стягивается значительно более неравномерно.

При одном и том же значении расстояния 2σ между скважинами контур нефтеносности подходит к скважинам тем более равномерно, чем больше значение ω . Однако увеличивать ω невыгодно — при больших расстояниях ω скважины от сброса между скважиной и сбросом C_1C_2 остаются большие целики нефти к моменту обводнения скважины.

Табл. 38 хорошо подтверждает тот факт, что при исследуемых условиях (вдали от скважины) приток жидкости к скважине следует закону прямолинейно-параллельного движения.

При всех подсчетах мы здесь пока пренебрегали разностью в вязкостях нефти и краевой воды; этот вопрос мы рассмотрим дальше.

§ 50. ЗАМЕЧАНИЯ О ДВУХРЯДНОЙ БАТАРЕЕ СКВАЖИН

Возьмем двухрядную батарею скважин — такую, как указано на рис. 66. Расстояние первого ряда скважин от сброса BC обозначим через ω_1 , а расстояние следующего ряда скважин, распо-

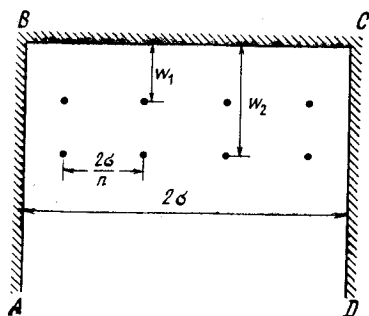


РИС. 66

ложенного ниже по падению пласта, обозначим через ω_2 . В каждом ряду скважины расположены так, как это было оговорено для рис. 62; в соседних рядах одну скважину ставим против другой.

В § 41 мы вывели формулу (328) для характеристической функции, которая отвечала случаю одного ряда скважин в пласте, т. е. двум параллельным цепочкам стоков — заданной цепочке и зеркально отображенной в

линии сбросов. Используя принцип суперпозиции и метод отображения стоков, можно легко сконструировать характеристическую функцию, отвечающую случаю двух рядов скважин в пласте, т. е. случаю четырех параллельных цепочек бесконечного числа стоков.

Зная характеристическую функцию, можно найти потенциал скорости фильтрации и связанную с ним зависимостью (286) величину давления в любой точке пласта; добавляя к этому граничные условия, получаем все данные для вывода формулы дебита. По нашему заданию все эти формулы были выведены студентом В. П. Криворотом. Окончательные формулы оказались столь громоздкими, что мы их здесь не выписываем, а ограничимся анализом табл. 39, подсчитанной на основании этих формул. Мы тем более вправе не приводить здесь упомянутых формул, что, как показывает анализ этой таблицы, избранная двухрядная батарея по суммарному дебиту скважин не представляет никаких практических преимуществ перед однорядной — по крайней мере в рассматриваемых условиях пласта, ограниченного сбросами с трех сторон и при отсутствии подошвенной воды.

В табл. 39 q'_1 — дебит любой из скважин первого ряда (ближайшего к сбросу BC) при совместной работе всех скважин; q'_2 — дебит любой из скважин второго ряда (для удобства обозначения приведен и суммарный дебит двух скважин, равный $q'_1 + q'_2$; эти дебиты отнесенные к единице мощности пласта, подсчитаны в $\text{м}^3/\text{сут}$); 2σ — расстояние между соседними скважинами в каждом ряду (на рис. 66 через 2σ обозначено все расстояние между сбросами); ω_1 и ω_2 — то же, что и на рис. 66; имеем

$$2\sigma' = 2\sigma/n.$$

Табл. 39 подсчитана при следующих предположениях: $R_0 = 10$ км, $R_1 = 10$ см, $p_0 - p_1 = 10$ ат (1 МПа), $\mu = 1$ сП (1 МПа·с), $k = 1$ Д (1 мкм^2).

Из табл. 39 видно, что при одном и том же значении расстояния $2\sigma'$, с увеличением разности величин ω_2 и ω_1 , т. е. с удале-

Таблица 39

$w_1, \text{ м}$	$w_2, \text{ м}$	$2\sigma=100 \text{ м}$			$2\sigma=200 \text{ м}$			$2\sigma=400 \text{ м}$			$2\sigma=2000 \text{ м}$		
		$\overline{q'_1}$	$\overline{q'_2}$	$\overline{q'_1+q'_2}$	$\overline{q'_1}$	$\overline{q'_2}$	$\overline{q'_1+q'_2}$	$\overline{q'_1}$	$\overline{q'_2}$	$\overline{q'_1+q'_2}$	$\overline{q'_1}$	$\overline{q'_2}$	$\overline{q'_1+q'_2}$
10	100	0,27	0,60	0,87	0,66	1,08	1,74	1,39	2,01	3,40	6,12	8,43	14,55
10	200	0,20	0,58	0,88	0,55	1,19	1,74	1,28	2,15	3,43	6,08	8,85	14,93
10	500	0,11	0,79	0,90	0,37	1,42	1,79	1,04	2,49	3,53	6,05	9,49	15,54
10	1000	0,07	0,89	0,96	0,25	1,63	1,88	0,80	2,90	3,70	5,91	10,33	16,24
100	200	0,27	0,61	0,88	0,65	1,00	1,65	1,48	1,92	3,40	7,12	7,93	15,05
100	500	0,13	0,77	0,90	0,42	1,36	1,78	1,19	2,35	3,54	6,96	8,76	15,72
100	1000	0,07	0,88	0,95	0,27	1,61	1,88	0,88	2,83	3,71	6,69	9,72	16,41
200	500	0,16	0,74	0,90	0,50	1,29	1,79	1,30	2,22	3,52	7,26	8,48	15,74
200	1000	0,08	0,87	0,95	0,30	1,59	1,89	0,94	2,76	3,70	6,99	9,49	16,48
500	1000	0,12	0,83	0,95	0,40	1,49	1,89	1,16	2,53	3,69	7,51	9,05	16,56

нием второго ряда от первого, растет различие в дебитах скважин первого и второго ряда; дебиты скважин первого ряда (ближайшего к сбросу) всегда меньше дебитов скважин второго ряда.

Нужно оговорить следующее: при подсчете табл. 39 предполагалось, что все скважины обоих рядов работают при одних и тех же противодавлениях, т. е. при одних и тех же перепадах давления по отношению к статическому пластовому давлению p_0 . Оно и при работе скважин поддерживается постоянным на контуре и области питания, расположенном на расстоянии $R_0=10$ км от скважины первого ряда.

Сравнивая табл. 39 и 34, мы видим, что две скважины, взятые из двух рядов двухрядной батареи, имеют суммарный дебит $\bar{q}_1' + \bar{q}_2'$ почти такой же, как и дебит $\bar{q}$ одной скважины однорядной батареи. Отсюда следует, что добавление второго ряда, с точки зрения увеличения дебита и темпов отбора, не имеет никакого смысла. Добавление второго ряда сводится к тому, что суммарный дебит одного ряда почти без всякого увеличения перераспределяется между дебитами двух рядов. Это замечание тем более верно, чем плотнее расположены скважины в каждом ряду, т. е. чем меньше расстояние $2\sigma'$.

Заметим, что тем же методом была разобрана двухрядная батарея скважин, расположенных в шахматном порядке. Результат получился тот же — добавлять второй ряд скважин, даже расположенных в шахматном порядке, не имеет смысла — суммарный дебит при этом не увеличивается.

Мало того, дебиты скважин заднего ряда и в этом случае столь малы, что даже стягивание контура нефтеносности ко второму (внешнему) ряду скважин происходит так, как будто бы первого ряда скважин (верхнего — ближайшего к сбросу) вовсе не существовало.

§ 51. ПОДСЧЕТ ПРОМЕЖУТКА ВРЕМЕНИ ДО ОБВОДНЕНИЯ СКВАЖИН ОДНОРЯДНОЙ БАТАРЕИ В ПЛАСТЕ, ОГРАНИЧЕННОМ СБРОСАМИ С ТРЕХ СТОРОН

Во всех расчетах данного параграфа будем пока пренебрегать разностью в вязкостях нефти и краевой воды. Мы неоднократно замечали, что пренебрежение подобным фактором особенно сильно отражается на результатах подсчетов интервалов времени и количество воды, добываемой с нефтью из скважин после начала их обводнения. В § 53 мы приближенно учтем разность в вязкостях законтурной воды и нефти и тогда увидим, как резко сократятся подсчитанные здесь интервалы времени.

Пусть сбросы BC_1 , C_1C_2 , C_2E ограничивают пласт с трех сторон (см. рис. 65). Предположим, что в этом пласте скважины расположены однорядной симметричной батареей, так как это было описано в § 49.

Предположим, что первоначальный контур нефтеносности A_n параллелен сбросу C_1C_2 и находится от него на расстоянии R_n ; на рис. 65 положение первоначального контура нефтеносности не указано (дабы не сократить масштаба чертежа). В § 49 мы проследили за характером стягивания контура нефтеносности при работе однорядной симметричной батареи скважины. Здесь мы поставим сначала перед собой такую задачу: подсчитать время перемещения контура нефтеносности между определенными положениями вдоль характерных линий тока.

В § 49 было указано (см. так же § 45), что для решения подобного рода задач не нужно рассматривать работу всех скважин; вследствие полной симметрии достаточно рассмотреть работу одной скважины внутри полосы, ограниченной соседними нейтральными линиями тока. Выделим на рис. 65 такую одну полосу — предположим крайнюю левую — в отдельный чертеж. На рис. 67 изображена эта полоса вместе с интересующими нас линиями тока, контурами нефтеносности и т. д.; ради наглядности этот рисунок выполнен схематично, без соблюдения единого масштаба. Здесь прямая линия FF_1 — первоначальный контур нефтеносности, отстоящей от линии сброса C_1N_1' на расстоянии R_n ; кривая линия GA_1G_1 — контур нефтеносности A_n^{III} к моменту обводнения скважины A_1 ; BC_1 — линия сброса; N_1N_1' — нейтральная линия тока, вдоль которой движение происходит так же, как и вдоль линии тока BC_1 . Расстояние между сбросом BC_1 и нейтральной линией тока N_1N_1' обозначим через 2σ . Заметим, что величина 2σ будет, в силу полной симметрии, представлять собой расстояние между любыми двумя соседними нейтральными линиями тока и одновременно расстояние между соседними скважинами (см. рис. 65)¹. Линия A_1D_1 является главной линией тока — вдоль нее первая частица воды из языка обводнения достигает скважины. Пунктирная линия UA_1V представляет собой две ветви линии тока, которая определяется уравнением (345) и имеет асимптоты, проходящие ровно посередине между каждой главной и нейтральной линиями тока. Прямая пунктирная линия MA_1M_1 , проходящая через скважину A_1 параллельно сбросу C_1N_1' , на расстоянии ϖ от него, отделяет область $MA_1M_1N_1'C_1$ между сбросами и скважиной; эту область будем называть «застойной областью». Конечно, не нужно думать, что во всех точках «застойной области» скорости движения частичек жидкости к скважине одинаково малы; скорости безусловно малы лишь в ближайших окрестностях около точек равновесия. Точки C_1 , O , N_1' как раз являются точками равновесия. Значение остальных линий рис. 67 будет пояснено дальше.

¹ В данной главе обозначения 2σ нам приходилось, в силу условий рассматриваемых здесь задач, употреблять и для расстояния между параллельными сбросами и для расстояния между скважинами. В соответствующих параграфах мы всегда точно указывали смысл обозначения 2σ . Читателю необходимо, приступая к анализу формул и таблиц данной главы, в каждом случае проверить (на основании наших указаний) смысл упомянутого обозначения.

На основании этих формул составлена табл. 40, в которой приведены результаты подсчетов интервалов времени T , t_k , t_c для различных значений R_n , ω , 2σ (см. рис. 67). Упомянутые интервалы времени выражены в годах.

Таблица 40

ω , м	$2\sigma=100$ м					$2\sigma=200$ м			
	R_n , м	t_r	T	t_k	t_c	t_r	T	t_k	t_c
10	1000	47,04	46,60	47,28	48,82	47,04	46,29	47,41	52,26
10	500	23,28	22,64	23,30	24,88	23,28	22,01	25,14	27,98
100	1000	42,38	41,97	42,89	43,72	42,38	41,68	43,20	44,74
100	500	18,84	18,22	19,06	19,89	18,84	17,62	19,20	20,74

ω , м	$2\sigma=400$ м				
	R_n , м	t_r	T	t_k	t_c
10	1000	47,04	45,35	47,70	61,88
10	500	23,28	20,38	28,63	36,92
100	1000	42,38	40,96	43,96	47,52
100	500	18,84	16,47	19,47	23,02

Меняя расстояние 2σ на рис. 67, мы, тем самым, меняем расстояние 2σ между скважинами на рис. 65; при анализе табл. 40 можно пользоваться и рис. 65 и рис. 67 — они взаимно дополняют друг друга.

При составлении табл. 40 было принято: радиус скважины $R_1=10$ см, расстояние от линии сброса C_1N_1' до контура области питания (этот контур расположен на значительно большем расстоянии от скважин, чем контур нефтеносности A_n и на рис. 67 и 65 не указан) таково: $R_0=10$ км; вязкость нефти $\mu_n=1$ сП (1 мПа·с); проницаемость пласта $k=1$ Д (1 мкм²); пористость пласта $m=0,15$; перепад давления $p_0-p_1=10$ ат (1 МПа). Поскольку разностью в вязкостях между нефтью и краевой водой мы здесь пренебрегаем, постольку термин «контур нефтеносности» следует пока понимать так же, как и в § 22.

Из табл. 40 мы, действительно, убеждаемся в том, что:

$$T < t_k < t_c. \quad (362)$$

Кроме того, видим, что с увеличением расстояния 2σ между скважинами (или между нейтральными линиями тока) соответствующие интервалы времени T убывают, ибо с уменьшением эффекта интерференции скважин увеличиваются их дебиты — увеличение расстояния 2σ со 100 до 400 м не сильно отражается на уменьшении интервала времени T , что вполне согласно с замечаниями § 46 о медленном изменении суммарного дебита скважин с изменением их числа.

Увеличение интервала времени t_c с увеличением расстояния 2σ можно объяснить тем, что с увеличением расстояния между скважинами и нейтральными линиями тока, частицы жидкости, движущиеся вдоль этих линий тока, испытывают все меньшее и меньшее влияние скважин. Так же точно мы объясняли, при анализе таблицы 38, факт усиления неравномерности в стягивании контура нефтеносности с увеличением расстояния 2σ между скважинами.

Заметим следующее: когда мы здесь говорим о том, что расстояние 2σ между скважинами однорядной батареи увеличивается, это значит, что число скважин n в пласте, ограниченном сбросами с трех сторон, пропорционально уменьшается (см. рис. 65). В самом деле, нужно помнить, что расстояние C_1C_2 между сбросами BC_1 и EC_2 , ограничивающими однорядную батарею, таково:

$$C_1C_2 = 2\pi n. \quad (363)$$

Итак, сделанные нами выше замечания о характере изменения интервалов времени T , t_k , t_c в табл. 40 можно сформулировать иначе. Можно сказать так: с уменьшением числа скважин n в однорядной симметричной батарее, ограниченной сбросами с трех сторон, уменьшается интервал времени T и увеличиваются интервалы времени t_k и t_c . Не следует однако думать, что значительное увеличение числа скважин (т. е. значительное уменьшение расстояния между скважинами 2σ) может привести к сильному увеличению продолжительности времени T работы скважин до их обводнения. Мы это сейчас легко обнаружим.

Предположим, что число скважин n неограниченно увеличивается, $n \rightarrow \infty$, т. е. расстояние 2σ между скважинами неограниченно убывает. Таким путем мы от однорядной симметричной батареи скважин, т. е. от группы дискретно расположенных скважин, переходим к сплошной дренажной галерее, которая перерезывает весь пласт и расположена параллельно сбросу C_1C_2 на расстоянии ω от него (см. рис. 65). На рис. 65 галерея не указана, ибо чертеж сделан для батареи конечного числа скважин; на рис. 67 такая галерея будет иметь длину 2σ и будет идти вдоль линии MM_1 на расстоянии ω от сброса C_1N_1' . Такого рода предельный переход мы уже совершили в § 45 и дебит $\bar{q}_r$ дренажной галереи определили формулой (360); обозначения формулы (360) как раз соответствуют обозначениям рис. 67.

Заметим, что количество нефти в пласте (на единицу мощности пласта) в области FMM_1F_1 между галереей и первоначальным контуром нефтеносности равно $2\sigma m (R_n - \omega)$, где m — пористость пласта. Отсюда легко определить тот промежуток времени t_r , через который контур нефтеносности A_n достигнет галереи MM_1 :

$$t_r = \frac{2\sigma m (R_n - \omega)}{\bar{q}}$$

или, исходя из формулы (360):

$$t_r = \frac{m \mu_n (R_0 - w) (R_n - w)}{k (p_0 - p_1)} \quad (364)$$

Подставив сюда такие значения: $\mu_n = 1$ сП (1 мПа·с), $k = 1$ Д (1 мкм²), $p_0 - p_1 = 10$ ат (1 МПа), $R_0 = 10$ км, $m = 0,15$, получим возможность подсчитать время t_r для тех значений R_n и w , какие мы рассматривали в табл. 40; ясно, что время t_r не зависит от расстояния 2σ . В табл. 40 приведены результаты подсчета времени t_r , выраженного в годах.

Сравнивая величины T , t_r , t_c , мы видим, что

$$T < t_r < t_c \quad (365)$$

С уменьшением расстояния 2σ между скважинами разница между значениями T и t_c уменьшается и обе эти величины стремятся к t_r , как к своему пределу. Таким образом, мы оправдали сделанное нами выше замечание о том, что с увеличением числа скважин продолжительность T интервала времени до обводнения скважин увеличивается, но это увеличение имеет предел: при $n \rightarrow \infty$ имеем $T \rightarrow t_r$.

Формула (364), по которой мы подсчитывали интервал времени t_r , по существу, совпадает с той формулой (33) для прямолинейно-параллельного движения, которую мы вывели в главе I.

Интересно отметить еще следующее обстоятельство: в § 24 главы IV мы привели сводную табл. 20, посвященную результатам подсчетов, связанных с кольцевой батареей скважин. В этой таблице были подсчитаны интервалы времени $\bar{t}_x$ (промежутки времени до обводнения скважин кольцевой батареей) и $\bar{t}_N$ (время движения вдоль нейтральной линии тока). Эти интервалы времени $\bar{t}_x$ и $\bar{t}_N$ точно отвечают, по своему смыслу, тем интервалам времени T и t_c , которые мы рассматриваем в данном параграфе. Судя по табл. 20, можно отметить не только то, что $\bar{t}_x < \bar{t}_N$, но и то, что оба интервала времени $\bar{t}_x$ и $\bar{t}_N$ с увеличением числа скважин и ростом их суммарного дебита уменьшаются.

Вот это явление отличается от того, которое мы заметили при анализе табл. 40, в которой отметили, что при аналогичных обстоятельствах (увеличение числа скважин, т. е. уменьшение расстояния 2σ) интервал времени движения t_c вдоль нейтральной линии тока (или сброса) уменьшается, а интервал времени T движения вдоль главной линии тока увеличивается. Конечно, в случае кольцевой батареи скважин увеличение числа скважин на кольце (вдоль окружности E — см. рис. 30—36) приводит к увеличению эффекта интерференции скважин, а потому, попутно с ростом суммарного дебита скважин, уменьшается дебит каждой отдельной скважины. Однако кольцевое расположение скважин приводит к тому, что уменьшение дебита отдельной скважины не влечет за собой уменьшение интервала времени $\bar{t}_x$, который про-

ходит до их обводнения. При кольцевом расположении скважин рост их суммарного дебита с увеличением числа скважин влияет на изменение интервала времени $\bar{t}_x$ сильнее, чем уменьшение дебита отдельной скважины. Как раз противоположную картину мы наблюдаем в случае однорядной симметричной батареи скважин.

Отметим еще следующее: из последних строк табл. 20 видно, что при $n=\infty$, т. е. в случае кольцевой дренажной галереи, с тем же перепадом давления, что и в скважинах (такую кольцевую галерею мы назвали в § 24 галереей 2 и отличали ее от кольцевой галереи 1, равнодебитной со скважинами), оба промежутка времени t_x и t_N принимают при прочих равных условиях предельное наименьшее значение и оказываются, конечно, равными друг другу.

Итак, в некоторых отношениях, соотношение между симметричной кольцевой батареей и сплошной кольцевой галереей оказывается не только количественно, но и качественно иным, чем соотношение между симметричной прямолинейной батареей и сплошной прямолинейной галереей в пласте, ограниченном сбросами с трех сторон.

Укажем, в заключение, вот на что: промежуток времени T определяет тот интервал времени, через который только начинается обводнение скважины и контур нефтеносности, острием своего языка (см. контур A_n^{III} на рис. 67) достигает ее.

В течение времени $(t_k - T)$ эта заостренность языка обводнения будет сглаживаться — язык обводнения будет расширяться и в скважину будет поступать нефть с водой. Напомним, что линии тока UA_1 и VA_1 , вдоль которых подсчитывается время t_k , касаются прямой линии MM_1 . Поэтому можно утверждать, что к концу промежутка времени t_k контур нефтеносности примет положение кривой линии PA_1P_1 , касающейся прямой линии MM_1 в точке A_1 (в центре скважины). Таким образом, к концу промежутка времени t_k ни одна частица законтурной воды еще не проникнет в «застойную область» $MG_1ON_1'M_1A_1$. Наоборот, к концу промежутка времени t_c точки F и F_1 контура нефтеносности, двигавшиеся вдоль сброса и нейтральной линии тока, достигнут точек M и M_1 ; к концу интервала времени t_c контур нефтеносности обязательно проникнет в «застойную область» и примет положение кривой MaA_1aM_1 , у которой острие уже направлено в сторону, противоположную предыдущему.

§ 52. ПОДСЧЕТ ПЛОЩАДИ ЦЕЛИКОВ И ДОБЫЧИ ЧИСТОЙ НЕФТИ ИЗ СКВАЖИН ОДНОРЯДНОЙ БАТАРЕИ К МОМЕНТУ НАЧАЛА ИХ ОБВОДНЕНИЯ

Сохраним все те же условия, которые были оговорены в начале предыдущего параграфа. Рассмотрим симметричную однорядную батарею скважин, расположенную в пласте, ограниченном сбросами с трех сторон (см. рис. 65 и 67).

Поставим перед собой такую задачу: определить площадь целиков и количество добытой чистой нефти к моменту появления в скважинах законтурной воды.

Кроме обозначений T , R_n , R_0 , R_1 , 2σ , ω и т. д., которые мы употребляли в § 51 и частично отметили на рис. 67, введем такие обозначения: S_0 — количество всей нефти в пласте (на единицу его мощности) внутри первоначальной области нефтеносности, т. е. внутри области, ограниченной контуром $FC_1N_1'F_1$ и внутри всех остальных подобных же областей, построенных около каждой из n скважин; S_q — количество чистой нефти, добытой всеми скважинами с единицы мощности пласта к концу промежутка времени T , т. е. к моменту обводнения скважин; S_{Σ} — количество нефти, которое остается в целиках к моменту обводнения скважин; S_{Σ} так же отнесено к единице мощности пласта, а потому численно равно площади целиков.

Площадь S_{Σ} всех целиков к моменту обводнения скважин равна произведению площади внутри контура $GC_1ON_1'G_1A_1$ на число скважин n . Будем называть луночками ту область, которая заключена между прямой линией MM_1 и криволинейным контуром нефтеносности GA_1G_1 . Количество нефти, которое содержится в единице мощности пласта во всех луночках, построенных около n скважин, назовем через S_{Σ} . Суммарный дебит всех n скважин однорядной батареи при их совместной работе в пласте, ограниченном сбросами с трех сторон, обозначим через q_{Σ} .

Вышеназванные величины подсчитываются так:

$$S_0 = 2\sigma n R_n m, \quad (366)$$

где m — пористость пласта; 2σ — расстояние между соседними скважинами батареи; n — число скважин в батарее; q_{Σ} и T подсчитываются с помощью тех методов, которые были описаны в § 41, 46 и 51. Количество чистой нефти S_q , добытой всеми n скважинами за время T , найдется так:

$$S_q = \bar{q}_{\Sigma} T. \quad (367)$$

Зная S_q , легко найдем количество нефти в целиках и в луночках S_{Σ} , S_{Σ} :

$$S_{\Sigma} = S_0 - S_q, \quad (368)$$

$$S_{\Sigma} = S_{\Sigma} - 2\sigma n \omega m. \quad (369)$$

Заметим, что с помощью формул (343), (357) и (358) формулу (367) можно переписать так:

$$S_q = \frac{2\sigma^3 m n}{\pi} \left[\left(\operatorname{ch} \frac{\pi \omega}{\sigma} \right) \ln \operatorname{th} \frac{\pi y}{\sigma} - \ln \operatorname{sh} \frac{\pi y}{\sigma} \right]_{y=R_n}^{y=\omega}. \quad (370)$$

Дальше нам понадобится еще величина S' , равная количеству всей жидкости — нефти и воды, взятых вместе, добытой всеми

скважинами за время $t_c - T$. За это время контур нефтеносности пройдет путь от того положения A_n^{III} , какое он занимал к моменту обводнения скважин, и до того положения A_n^C , какое он займет к тому моменту, когда частицы контура нефтеносности, двигавшиеся вдоль сбросов и нейтральных линий тока дойдут до уровня скважин, т. е. дойдут до линии MM_1 .

$$S' = \bar{q}_{cn}(t_c - T) \quad (371)$$

или, пользуясь формулами (343), (344), (357) и (358), получим:

$$S' = \frac{4\sigma^2 mn}{\pi} \left[\left(\operatorname{ch} \frac{\pi w}{\sigma} \right) \operatorname{lnth} \frac{\pi y}{2\sigma} \right]_{y=w}^{y=R_n}. \quad (372)$$

Для наглядности рассмотрим конкретный пример: предположим, что пласт ограничен сбросами с трех сторон, причем расстояние между параллельными линиями сбросов таково (см. рис. 65):

$$C_1 C_2 = 10 \text{ км.}$$

Проведя симметричную однорядную батарею из n скважин, из формулы (363) найдем:

$$2\sigma n = 10 \text{ км.}$$

Беря различное число скважин в батарее, будем получать отсюда соответствующие расстояния между ними.

Примем также, что $w = 10$ м, $R_0 = 10$ км, $R_1 = 10$ см, $\mu_n = 1$ сП (1 мПа·с), $k = 1$ Д (1 мкм²), $(p_0 - p_1) = 10$ ат (1 МПа), $m = 0,15$.

При этих предположениях составлена табл. 41 для двух вариантов размеров области нефтеносности: $R_n = 500$ м и $R_n = 1000$ м (см. рис. 67) и для четырех вариантов числа скважин в батарее: $n = 25$, $n = 50$, $n = 100$ и $n = \infty$.

Последний случай ($n = \infty$) соответствует сплошной дренажной галерее, которую мы рассматривали в § 45 и 51.

Подсчет этой таблицы произведен так: суммарный дебит $\bar{q}_{cn}$ всех n скважин батареи подсчитан по формуле (337) с учетом того, что $\bar{q}_{cn} = n\bar{q}$; см. так же формулу (358); значения дебита приведены в м³/сут. Величины S_0 , $S_{\square}$, $S_{\square}$, S_L , S' подсчитаны в кубических метрах по формулам (366) — (372). Кроме того, в таблице приведено значение величины S_3 — количество нефти на 1 м мощности пласта в «застойной области», т. е. в области, которая для каждой из n скважин ограничивается контуром $MG_1 N_1' M_1$, так что

$$S_3 = 2\sigma n w m, \quad (373)$$

а, следовательно, см. формулу (369):

$$S_3 = S_{\square} - S_L. \quad (373 \text{ а})$$

Промежутки времени T в годах, приведенные в табл. 41, взяты из табл. 40. Напомним, что продолжительность времени T ра-

Таблица 41
(см. пояснения в тексте)

Величина	2 σ = 400 м	2 σ = 200 м	2 σ = 100 м	2 σ = 0
	$n=25$	$n=50$	$n=100$	$n=\infty$

$$R_n=500 \text{ м}, S_0=750\,000 \text{ м}^3$$

$\overline{q_{\text{сп}}}$, м ³ /сут	82,40	84,65	85,50	86,50
T , годы	20,38	22,01	22,64	23,28
$S_{\text{ч}}$, м ³	612949	680048	706538	735000
$S_{\text{п}}$, м ³	137051	69952	43462	15000
$S_{\text{л}}$, м ³	122051	54952	28462	0
$S_{\text{з}}$, м ³	15000	15000	15000	15000
$\frac{S_{\text{ч}}}{S_0}$, %	81,7	90,7	94,2	98,0
$\frac{S_{\text{п}}}{S_0}$, %	18,3	9,3	5,8	2,0
$\frac{S_{\text{л}}}{S_0}$, %	16,3	7,3	3,8	0
S' , м ³	487050	186300	68200	—

$$R_n=1000 \text{ м}, S_0=1\,500\,000$$

$\overline{q_{\text{сп}}}$, м ³ /сут	82,40	84,65	85,50	86,50
T , годы	45,35	46,29	46,60	47,04
$S_{\text{ч}}$, м ³	1363947	1430234	1454269	1485000
$S_{\text{п}}$, м ³	136053	69766	45731	15000
$S_{\text{л}}$, м ³	121058	54766	30731	0
$S_{\text{з}}$, м ³	15000	15000	15000	15000
$\frac{S_{\text{ч}}}{S_0}$, %	90,9	95,3	97,0	99,0
$\frac{S_{\text{п}}}{S_0}$, %	9,1	4,7	3,0	1,0
$\frac{S_{\text{л}}}{S_0}$, %	8,1	3,7	2,0	0
S' , м ³	492200	186220	68200	—

боты скважин до обводнения подсчитывается по формуле (343) — см. начало § 51.

Заметим следующее: с увеличением числа скважин n увеличивается их суммарный дебит, но все же одновременно увеличивается и интервал времени T до момента обводнения скважин — этот факт был подробно пояснен в конце предыдущего параграфа. Впрочем, суммарный дебит скважин растет с увеличением их числа весьма медленно — об этом подробно говорилось в § 46 при

анализе табл. 34 и 35. Несколько более заметны изменения в величинах $S_{\text{ц}}$, $S_{\text{ц}}$, $S_{\text{л}}$. Однако они протекают неравномерно: с увеличением числа скважин упомянутые изменения становятся менее значительными. Так, например, если при 25 скважинах количество нефти $S_{\text{ц}}$ в целиках составляет 18,3 % от количества S_0 всей нефти в области нефтеносности, то при 50 скважинах это отношение убывает до 9,3 %, а при переходе к 100 скважинам — до 5,8 % (здесь мы взяли из табл. 41 величины, подсчитанные для случая $R_{\text{н}}=500$ м).

Вряд ли, судя по табл. 41, можно признать, в какой-либо мере, выгодным (при тех же условиях, о которых здесь все время идет речь) увеличение числа скважин от 50 до 100, т. е. переход к сокращенному расстоянию в 100 м между скважинами. Можно даже несколько сомневаться в целесообразности увеличения числа скважин с 25 до 50. Еще более очевидна неэффективность сплошной дренажной галереи, ни с точки зрения увеличения суммарного дебита, ни с точки зрения темпов отбора или уменьшения размеров целиков.

В табл. 41 рассмотрен только случай $w=10$ м. Если бы расстояние w несколько изменилось в ту или другую сторону, то величина суммарного дебита скважин изменилась бы очень мало, но целики будут уменьшаться с уменьшением расстояния w от скважин до сброса — уменьшается застойная область.

С увеличением числа скважин увеличивается число точек равновесия в застойной области и, наконец, при $n=\infty$, т. е. при переходе к дренажной сплошной галерее, область между галереями и параллельным ей сбросом C_1C_2 (см. рис. 65) становится действительно застойной и жидкость из нее галереей не отбирается; мы уже объясняли подобное явление в предыдущих главах, разбирая случай кольцевой галереи. Вот только за счет застойной области и образуется целик в случае $n=\infty$; понятно, что в области между первоначальным контуром нефтеносности и галереей целик не может быть, т. е. $S_{\text{л}}=0$ при $n=\infty$.

Глядя на рис. 67, мы, конечно, не можем утверждать, что величина $(S' - S_{\text{л}})$ будет равна количеству воды, отобранному скважинами за время $(t_{\text{с}} - T)$ после их обводнения; из этого рисунка видно, что контур нефтеносности $A_{\text{н}}^{\text{с}}$, отвечающий концу интервала времени $t_{\text{с}}$, несколько заходит в застойную область. Поэтому ясно, что количество $S_{\text{в}}$ отобранной скважинами законтурной воды будет меньше $(S' - S_{\text{л}})$, но $S_{\text{в}}$ не будет сильно отличаться от $(S' - S_{\text{л}})$.

В заключение приведем еще такие результаты подсчетов, не вошедшие в табл. 41, для случая $R_{\text{н}}=500$ м: при $2\sigma=1000$ м и $n=10$ имеем $S_{\text{ц}}/S_0=41,7$ %; при $2\sigma=2000$ м и $n=5$ имеем $S_{\text{ц}}/S_0=62,5$ %; при $2\sigma=10000$ м и $n=1$ имеем $S_{\text{ц}}/S_0=91,8$ %.

Мы и здесь замечаем то уменьшение в изменении площади целика с увеличением числа скважин, которое было выше отмечено.

Последние цифры показывают также, что долговременная работа одной скважины или группы очень редко стоящих скважин создает, при больших значениях 2σ , весьма большую неравномерность в продвижении контура нефтеносности в пласте, ограниченном сбросами с трех сторон.

Если бы мы взяли расстояние C_1C_2 равным не 10 км, а равным $2\sigma n$, то это сказалось бы на абсолютных значениях величин q_{cn} , $S_{\text{ч}}$, $S_{\text{ц}}$ и т. д.; однако отношение величин $S_{\text{ч}}$, $S_{\text{ц}}$ и т. д. к S_0 не изменилось бы, при заданном расстоянии между скважинами 2σ . Поэтому, при анализе табл. 41 следует главное внимание обращать на абсолютное значение расстояния 2σ между соседними скважинами и однорядной батареей; число скважин n , определяющееся в зависимости от 2σ , шириной области нефтеносности является менее существенным ($C_1C_2 = 2\sigma n$).

§ 53. КОРРЕКТИВЫ К ПРЕДЫДУЩИМ РАСЧЕТАМ, СВЯЗАННЫЕ С УЧЕТОМ РАЗНОСТИ В ВЯЗКОСТЯХ НЕФТИ И КРАЕВОЙ ВОДЫ

Во всех предыдущих параграфах данной главы мы пренебрегали разностью в вязкостях нефти и краевой воды при следующих подсчетах: продолжительности времени работы скважин до обводнения, суммарной добычи чистой нефти из скважин и т. д. В главе I мы уже указывали на те трудности, которые возникают при попытке точного решения задачи о движении двухжидкостной системы к скважинам. Поэтому в данном параграфе мы воспользуемся приближенными методами для решения задачи о движении нефти, проталкиваемой к скважинам напором краевой воды иной вязкости. Подробный анализ подобных приближенных методов был дан в главе I и затем мы использовали эти методы в § 25 главы IV при решении задачи о работе кольцевой батареи скважин. Сохраним в данном параграфе все те условия, которые были сформулированы в начале § 51, т. е. рассмотрим симметричную однорядную батарею скважин, расположенных в пласте, ограниченном сбросами с трех сторон (см. рис. 65 и 67). Постараемся выяснить те коррективы, которые нужно внести, благодаря учету разности в вязкостях нефти и краевой воды, в предыдущие параграфы данной главы, связанные с подобной же задачей об однородной батарее скважин.

Условимся, ради краткости, в такой терминологии (см. также § 25): постановку какой-либо задачи, в которой не учитывалась разница в вязкостях нефти и краевой воды, будем называть идеальной; постановку той же задачи, но с учетом различия в вязкостях нефти и законтурной воды, будем называть реальной постановкой. При реальной постановке задачи будем употреблять те же буквенные выражения, что и при идеальной, но только со скобочками над буквами, если только между соответствующими величинами есть какое-либо различие.

Подсчитаем сначала продолжительность времени $\hat{T}$ до момен-

та обводнения скважин однорядной батареи при реальной постановке задачи.

Для выбора наиболее подходящего и простого приближенного метода подсчета интервала времени $\hat{T}$ заметим следующее: в условиях пласта, ограниченного сбросами с трех сторон, движение жидкости к скважинам однорядной батареи можно считать почти строго прямолинейно-параллельным на большей части пути от первоначального контура нефтеносности до скважин. Законы прямолинейно-параллельного движения нарушаются лишь на тех участках путей вблизи скважин, которые приходится за короткие промежутки времени по сравнению с истинной продолжительностью $\hat{T}$. Если бы число скважин в батарее мы увеличили до бесконечности, стремя к нулю расстояние 2σ , то мы пришли бы (см. рис. 65 и 67) к сплошной прямолинейной дренажной галерее; соответствующий промежуток времени до обводнения галереи обозначим через $\hat{t}_q$.

В § 51 мы убедились в том (см. табл. 40), что время T мало отличается от t_q даже при довольно значительных расстояниях 2σ между скважинами. Это еще раз подтверждает высказанное только что утверждение о возможности, при подсчетах времени $\hat{T}$, считать движение приблизительно прямолинейно-параллельным (см. по этому же поводу замечания в § 45 и 49).

Конечно, при определении времени $\hat{t}_q$ мы должны считать движение строго прямолинейно-параллельным. Поэтому мы можем, с абсолютной точностью, использовать формулу (35) главы I, дающей соотношение между соответствующими интервалами времени $\hat{t}_n$ и t_n при реальной и идеальной постановках задач.

В условиях нашей задачи (см. рис. 65 и 67) формула (35) перепишется так:

$$\beta = \frac{\hat{t}_q}{t_q} = \frac{1}{2\mu_0} \left[(\mu_0 + 1) - \frac{R_0 - R_n}{R_0 - w} (\mu_0 - 1) \right]. \quad (374)$$

Найдя из формулы (374) значение β и зная время t_q , отвечающее идеальной постановке задачи, найдем время $\hat{t}_q$ при реальной постановке задачи. Заметим, что время t_q мы подсчитывали в § 51 и результаты приведены в табл. 40. Результаты подсчета времени $\hat{t}_q$ по формуле (374), беря готовые значения из табл. 40, мы привели в табл. 42. В табл. 42 время $\hat{t}_q$ подсчитано в годах для различных значений w , R_n , 2σ , причем принято: вязкость нефти $\mu_n = 1$ сП (1 мПа·с), относительная вязкость $\mu_0 = 3$, $R_0 = 10$ км, а остальные величины (пористость, проницаемость, перепад давления, радиус скважины) оставлены те же, какие были оговорены при подсчетах табл. 40.

Внесем теперь в левую часть формулы (374) вместо $\hat{t}_q$ и t_q соответственно величины $\hat{T}$ и T ; возьмем значения T из табл. 40

и подсчитаем $\hat{T}$ по формуле (374) при тех значениях вязкости и других величин, которые были только что оговорены.

Результаты подсчетов $\hat{T}$ внесены в табл. 42.

Таблица 42
(см. рис. 67 и объяснения в тексте)

$w, \text{ м}$	$R_n, \text{ м}$	$2\sigma = 100 \text{ м}$		$2\sigma = 200 \text{ м}$		$2\sigma = 400 \text{ м}$	
		$\hat{t}_q$	$\hat{T}$	$\hat{t}_q$	$\hat{T}$	$\hat{t}_q$	$\hat{T}$
10	1000	17,24	17,07	17,24	16,96	17,24	16,62
	500	8,14	7,92	8,14	7,70	8,14	7,13
100	1000	15,42	15,26	15,41	15,15	15,41	14,89
	500	6,53	6,32	6,53	6,11	6,53	5,71

Примечание. $\hat{t}_q, \hat{T}$ выражено в годах.

Ясно, что этот метод подсчета величины $\hat{T}$ является приближенным; мы вносим $\hat{T}$ и T в левую часть формулы (374) только потому, что считаем допустимым, при определении времени, рассматривать движение жидкости к скважинам однорядной батареи как прямолинейно-параллельное.

Между соответственными величинами $\hat{t}_q$ и $\hat{T}$ в табл. 42 сохраняется то же соотношение, что и между величинами t_q и T в табл. 40.

Важно заметить, что значения $\hat{t}_q$ и $\hat{T}$, приведенные в табл. 42, значительно меньше — почти в три раза — тех значений t_q и T , которые указаны в табл. 40. Отсюда следует, что учет разности в вязкостях нефти и воды имеет очень большое значение при подсчетах продолжительности времени работы скважин до их обводнения.

Перейдем к приближенному решению задачи о характере стягивания контура нефтеносности к однорядной батарее скважин при учете разности в вязкостях нефти и краевой воды. Эта же задача, в идеальной ее постановке, была точно решена в § 49.

При решении предыдущей задачи данного параграфа мы уже использовали то обстоятельство, что приток жидкости к скважинам однорядной батареи можно считать прямолинейно-параллельным почти на всем протяжении, за исключением ближайшей окрестности к скважинам. Положим, что такой характер движения нарушается, сколько-нибудь заметно, на расстоянии R от скважины.

Примем, что:

$R = 50 \text{ м}$ при $2\sigma = 200 \text{ м}$, $R = 300 \text{ м}$ при $2\sigma = 800 \text{ м}$;

$R = 600 \text{ м}$ при $2\sigma = 2000 \text{ м}$

(375)

(см. табл. 38, § 49).

Итак, допустим, что контур нефтеносности, который был первоначально прямолинеен и параллелен сбросу C_1N_1' (см. рис. 65 и 67), движется, оставаясь прямолинейным и параллельным самому себе (движется поступательно), до тех пор, пока он не достигнет прямой линии $\xi_c\xi_k$, отстоящей от скважины A_1 на расстоянии $A_1\xi=R$.

По формуле (343) мы легко можем подсчитать то время T_1 , которое понадобится частице жидкости ξ , находящейся на контуре нефтеносности, чтобы достигнуть скважины A_1 , т. е. пройти путь $\xi A_1=R$. Время T_1 мы, пользуясь формулой (343), подсчитываем без учета разности в вязкостях нефти и воды. Примем теперь, что на участке ξA_1 движение жидкости подчиняется законам строго радиального движения (это также приближенное допущение) и потому воспользуемся формулой (58) для подсчета времени $\hat{T}_1$, определяющего продолжительность движения на том же участке пути ξA_1 , но уже при учете разности в вязкостях нефти и краевой воды.

Формула (58) в условиях данной задачи запишется так:

$$\hat{T}_1 = \frac{1}{\mu_0 \ln \frac{R_0}{R_1}} \left\{ \ln R - \mu_0 \ln R_1 + \frac{(\mu_0 - 1) (R^2 \ln R - R_1^2 \ln R_1)}{R^2 - R_1^2} - \frac{\mu_0 - 1}{2} \right\} T_1, \quad (376)$$

причем величина R определяется условиями (375).

Подставляя теперь найденное из формулы (376) значение интервала времени $\hat{T}_1$ в левую часть формул (344) и (364а) вместо t и полагая в правой части этих формул $y_0=R$, мы сможем из преобразованных таким образом формул (344) и (346а) определить величину y . Определение величины y сведется к решению трансцендентного уравнения. Обозначим то значение величины y , которое находится из формулы (344), через $\hat{y}_c$; значение величины y , полученное из формулы (346а), обозначим через $\hat{y}_k$. Абсолютные значения $\hat{y}_c$ и $\hat{y}_k$ будут определять расстояния точек η_c и η_k на линии сброса FC_1 (или нейтральной линии N_1N_1' — см. рис. 67) и на кривых UA_1 и VA_1 от сброса C_1N_1' . Итак, за то время, пока точка ξ контура нефтеносности достигнет скважины A_1 , пройдя путь ξA_1 вдоль главной линии тока — за это же время точки ξ_c и ξ_k контура нефтеносности проходят пути ξ_c и ξ_k . Штрихованная линия $\eta_c\eta_k A_1\eta_k\eta_c$ представляет собой контур нефтеносности к моменту обводнения скважины A_1 , построенный приближенно, при учете разности в вязкостях нефти и краевой воды. Заметим, что, подсчитывая $\hat{y}_c$ и $\hat{y}_k$ по формулам (344) и (346а), мы тем самым, пренебрегали разностью в вязкостях на участках $\xi_c\eta_c$ и $\xi_k\eta_k$ — эта погрешность нашего приближенного приема несколько компенсирует предыдущую, отмеченную выше

погрешность, связанную с применением формулы (58) на участке ξA_1 .

Сравнивая контур $\eta_c \eta_k A_1 \eta_k \eta_c$ с контуром GA_1G_1 , построенным нами ранее без учета разности в вязкостях нефти и воды, замечаем, что первый контур имеет более резко выраженное заострение, т. е. стягивается несколько менее равномерно, чем второй.

Правда, на рис. 67 оба упомянутые контура построены без соблюдения масштаба; различие между ними, для ясности чертежа, утрировано. Суждение об истинном различии между этими контурами легко получить при сопоставлении табл. 38 с табл. 43, которую мы сейчас поясним.

Таблица 43
(см. пояснения в тексте)

ω , м	$2\sigma=200$ м		$2\sigma=800$ м		$2\sigma=2000$ м	
	$\hat{y}_k$, м	$\hat{y}_c$, м	$\hat{y}_k$, м	$\hat{y}_c$, м	$\hat{y}_k$, м	$\hat{y}_c$, м
10	55	67	200	243	446	551
100	155	160	267	300	461	573

Примем при подсчете величин T_1 , $\hat{T}_1$, $\hat{y}_c$, $\hat{y}_k$ следующее: $R_0=10$ км, $R_1=10$ см, вязкость нефти $\mu_n=1$ сП (1 мПа·с), относительную вязкость $\mu_0=3$, $k=1$ Д (1 мкм²), $(p_0-p_1)=10$ ат (1 МПа), $m=0,15$; R определяем из условий (375).

В табл. 43 для различных значений 2σ и ω собраны результаты подсчетов величин $\hat{y}_c$ и $\hat{y}_k$ при указанных выше условиях. Напомним еще раз, что $\hat{y}_c$ и $\hat{y}_k$ — расстояния от сброса C_1N_1' (см. рис. 67) тех точек η_c и η_k контура нефтеносности, к моменту обводнения скважин, которые лежат на линии сбросов BC_1 (или на нейтральной линии N_1N_1') и на кривых линиях тока UA_1 и VA_1 . Таким образом, данные табл. 43 следует сравнивать с теми данными табл. 38, которые приведены в последних строчках каждого раздела таблицы, т. е. соответствуют именно моменту обводнения скважин (когда $y_n=\omega$).

Если для случая $\omega=10$ м и $2\sigma=200$ м из табл. 38 мы имели $y_k=46,2$ м, $y_c=58,9$ м, то из табл. 43, учитывая разность в вязкостях, находим $\hat{y}_k=55$ м, $\hat{y}_c=67$ м. С увеличением ω и 2σ различие между соответствующими значениями величин, взятых из табл. 38 и 43 так же несколько увеличивается.

Табл. 43 опять подтверждает, что с увеличением расстояния 2σ между скважинами контур нефтеносности стягивается все более и более неравномерно.

Если соединить хордами точки η_c с η_k и η_k с A_1 , то можно приближенно подсчитать площадь целика внутри контура $C_1\eta_c\eta_kA_1\eta_k\eta_cN_1'C_1$, разбив его на четыре трапеции. Зная эту площадь и беря пористость пласта $m=0,15$, легко найдем количест-

во нефти в целике на единицу мощности пласта. Умножив найденное количество нефти в целике на число скважин (т. е. на число полос таких, как полоса $BC_1N_1'N_1$) мы получим количество нефти $S_{ц}$, оставшееся в целиках вокруг всех скважин однорядной батареи.

Зная, кроме того, количество S_0 всей нефти внутри первоначального контура нефтеносности и количество нефти S_3 в застойной области (см. § 52), мы сможем найти количество добытой чистой нефти $S_ч$ до момента обводнения скважин и количество нефти $\bar{S}_л$ во всех луночках типа луночки $\eta_c\eta_k A_1 M \eta_c$ (см. § 52).

Именно:

$$\bar{S}_ч = S_0 - \bar{S}_{ц}, \quad (377)$$

$$\bar{S}_л = \bar{S}_{ц} - S_3. \quad (378)$$

Здесь все подсчитываемые количества нефти отнесены к единице мощности пласта и обозначения сохранены те же, что и в § 52. Отличие от § 52 состоит лишь в том, что теперь $\bar{S}_ч$, $\bar{S}_{ц}$, $\bar{S}_л$ определены при учете разности вязкостей нефти и краевой воды.

Сохраняем все те же условия, что и при подсчете табл. 43, только теперь еще фиксируем значение $w=10$ м.

При этих условиях составим табл. 44, которую уместно будет сравнить с табл. 41. Различие между этими таблицами будет только в том, что при подсчете табл. 44 учтена разность в вязкостях нефти и воды (относительная вязкость нефти по отношению к воде принята такой: $\mu_0=3$); остальные условия сохранены одинаковыми. При составлении табл. 44 мы так же, ради определенности, приняли, что пласт имеет ширину $C_1C_2=10$ км; таким образом, число скважин n в однорядной батарее и расстояние 2σ между ними связаны тем же соотношением, что и в § 52; $2\sigma n=$

Таблица 44
(см. пояснение в тексте)

Величина	$2 \sigma =$ =400 м	$2 \sigma =$ =200 м	$2 \sigma =$ =0	Величина	$2 \sigma =$ =400 м	$2 \sigma =$ =200 м	$2 \sigma =$ =0
	$n=25$	$n=50$	$n=\infty$		$n=25$	$n=50$	$n=\infty$
$R_n=1000$ м, $S_0=1\,500\,000$ м ³							
T , годы	16,62	16,96	17,24	$\frac{\widehat{S}_r}{S_0}$, %	90,3	95,0	99,0
$\widehat{S}_r$, м ³	1354650	1425830	1485000	$\frac{\widehat{S}_{\pi}}{S_0}$, %	9,7	5,0	1,0
$\widehat{S}_{\pi}$, м ³	145350	74170	15000	$\frac{\widehat{S}_л}{S_0}$, %	8,7	4,0	0
$\widehat{S}_л$, м ³	130350	59170	0				
$\widehat{S}_3$, м ³	15000	15000	15000				

= 10 км. Дебит скважин в табл. 44 не приводится, ибо этот дебит является величиной переменной — процесс проталкивания нефти водой с иной вязкостью неустановившийся.

Ясно, что цифровые данные в последних графах табл. 41 и 44 должны совпадать (за исключением интервала времени).

Из сравнения табл. 41 и 44 мы убеждаемся в том, что учет разности в вязкостях между нефтью и водой особенно сильно сказался на результатах подсчетов продолжительности времени работы скважин до их обводнения; сравнительно очень незначительно сказался учет разности в вязкостях нефти и воды на характере стягивания контура нефтеносности, на подсчетах количества чистой нефти, добытой до обводнения скважин и т. д. К тем же результатам мы пришли и в § 25. Объясняется это так же, как и в § 25, тем, что различие в вязкостях может особенно заметно сказываться лишь тогда, когда жидкости разных вязкостей находятся в ближайшей окрестности скважин, где скорости велики, а подобное явление наступает лишь перед самым началом обводнения скважин. Кроме того, надо заметить, что мы рассмотрели случай со сравнительно незначительной относительной вязкостью $\mu_0 = 3$.

Совсем иную картину мы бы получили, если бы попытались подсчитать количество воды, которое добывается вместе с нефтью за какой-либо интервал времени после начала обводнения скважин. После начала обводнения скважин вода — жидкость с меньшей вязкостью, чем нефть — находится у скважины, а потому эффект различия в вязкостях между нефтью и водой скажется очень заметно. Подсчет количества воды, добытой с нефтью, произведенный без учета разности в их вязкостях, дает резко уменьшенный результат (см. также § 25).

§ 54. ВЫВОДЫ

Рассмотрев в данной главе влияние сбросов на работу скважин и некоторые особенности работы скважин в пласте моноклиальной структуры, осложненной сбросами, мы можем теперь сделать такие выводы: близость сбросов заметно понижает дебиты скважин. Чем больше сбросов ограничивают пласт, тем меньше дебиты скважин. При одностороннем питании пласта, т. е. когда пласт ограничен сбросами с трех сторон (см. рис. 57—62), дебит скважины значительно меньше, чем при двухстороннем питании пласта (когда два сброса ограничивают пласт с двух сторон — см., например, рис. 55), или, тем более, когда пласт ограничен сбросом только с одной стороны (см. рис. 52—54 и § 48).

Если пласт ограничен сбросами с трех сторон, то дебит скважины, как только что было упомянуто, не только мал, но даже почти не зависит от положения скважины по отношению к каждому из трех сбросов (см. § 47). С увеличением числа скважин, располагаемых симметричной прямолинейной батареей, в этом

случае одностороннего питания пласта (см. рис. 62), суммарный дебит скважин почти не увеличивается (см. § 46).

Вдали от скважины приток жидкости к скважинам почти точно следует законам прямолинейно-параллельного движения (см. §§ 45—48).

Если залежь нефти приурочена к верхней части моноклиальной структуры, осложненной сбросами так, что пласт оказывается ограниченным с трех сторон (см. рис. 62), то наиболее выгодно расставить скважины однорядной батареей в верхней части области нефтеносности. Скважины выгоднее ставить ближе к верхнему сбросу (сбросу *BC* на рис. 62), ибо тогда, к моменту обводнения скважин, между рядом скважин и сбросом останется малый целик нефти.

С точки зрения роста суммарного дебита, число скважин в однорядной батарее невыгодно брать большим — об этом свидетельствует табл. 34. С точки зрения равномерности стягивания контура нефтеносности, скважины в одном ряду нельзя ставить слишком редко, иначе образуются достаточно резкие языки обводнения. Однако можно считать, что при оговоренных условиях постановки задачи расстояния между скважинами порядка 200 м хорошо обеспечивает равномерность стягивания контура нефтеносности, почти вплоть до самой скважины. Итак, с точки зрения равномерности стягивания контура нефтеносности, и, тем более, с точки зрения повышения суммарного дебита, а нет никакого смысла проводить тесный ряд скважин (приближающийся по плотности к сплошной дренажной галерее), как это предлагают некоторые авторы. Так же точно, нет никакой необходимости в проведении второго ряда скважин, параллельного первому, — двухрядная батарея скважин при рассматриваемых условиях себя не оправдывает (см. § 50). Последнее заключение обосновано, впрочем, лишь для того случая, когда расстояние первоначального контура нефтеносности от верхнего сброса (сброс *BC* на рис. 62) не превышает 500 м — 1 км. Кроме того, эти выводы придется изменить, если учесть явления, связанные с появлением подошвенной воды в области нефтеносности, неполное вытеснение нефти водой из обводненной зоны и т. п. Подобные явления мы, в данной работе, не учитываем, о чем неоднократно предупреждали читателя.

Рассмотрев в § 53 влияние разности в вязкостях нефти и краевой воды на подсчеты, связанные с работой однорядной батареи скважин, мы пришли к такому выводу: эффект различия в вязкостях нефти и краевой воды особенно резко сказывается при подсчетах различных интервалов времени (например, продолжительности времени работы скважин до обводнения) и при подсчетах количества воды, добываемой с нефтью после начала обводнения скважин; менее заметно этот эффект проявляется при анализе стягивания контура нефтеносности и при подсчете количества чистой нефти, добываемой скважинами до начала их обводнения.

ПРИЛОЖЕНИЕ. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОБЛЕМЫ ПРОТАЛКИВАНИЯ НЕФТИ ВОДОЙ

В главе I, исследуя проблему проталкивания нефти краевой (законтурной) водой, мы считали, что нефть и вода имеют разные, но постоянные вязкости, что проницаемость пласта так же постоянна и она не меняется даже в той области, которая была первоначально занята нефтью, а затем обводнилась.

Подобные предположения, в полной мере, не отвечают действительности. Нефть из пласта полностью не вымывается водой. Нефть, остающаяся в обводняющейся зоне, ухудшает эффективную проницаемость упомянутой части пласта. Маскет в § 9 главы VIII своей книги [2] касается этого вопроса и предлагает такую точку зрения: принимать проницаемость обводняющейся части нефтеносного пласта неизменной, зато воду в обводнившейся части пласта наделять некоторой соответственной «кажущейся вязкостью», большей истинной вязкости воды.

Закон Дарси для движения любой жидкости в пористой среде имеет, вообще, такой вид:

$$\bar{v} = - \frac{k}{\mu} \text{grad } p, \quad (379)$$

где $\bar{v}$ — скорость фильтрации в некоторой точке пласта; p — давление в той же точке пласта; k — коэффициент проницаемости пласта; μ — динамическая вязкость жидкости — см. формулы (7) главы I.

Формула (379) хорошо поясняет смысл предложения Маскета: мы, конечно, можем, вводя увеличенную кажущуюся вязкость, настолько увеличить знаменатель дроби в правой части формулы (379), чтобы не уменьшать проницаемости при переходе к обводнившейся области пласта. Впрочем, такая точка зрения, хотя она несколько не влияет на окончательный результат, отнюдь не является обязательной.

Итак, нам необходимо выяснить: насколько может повлиять неучтенное нами раньше ухудшение проницаемости в обводняющейся области (или соответственное увеличение кажущейся вязкости воды в этой области) на те выводы, которые мы сделали в предыдущих главах при исследовании проблемы выталкивания нефти краевой водой?

Проанализируем с этой точки зрения ту простейшую проблему прямолинейно-параллельного движения при проталкивании нефти водой, которую мы подробно исследовали в главе I.

Прямолинейно-параллельное движение воды и нефти через пласт можно осуществить так, как это схематически изображено на рис. 68, представляющем одно из горизонтальных сечений пласта. Вода поступает в пласт под давлением p_0 через контур области питания A_0 , а нефть выходит через другой конец пласта A_c (контур A_c можно трактовать как сечение некоторой прямолинейной дренажной галереи); вдоль контура A_c установлено противо-

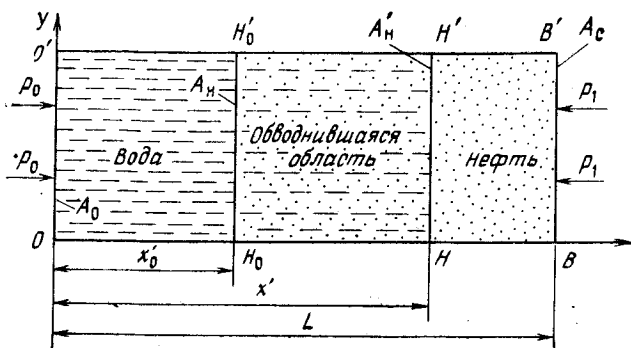


РИС. 68

давление p_1 . Первоначальный контур нефтеносности A_n — граница раздела между водой и нефтью — совпадал с линией H_0H_0' , а в какой-то последующий момент времени, который мы принимаем как текущий, контур нефтеносности A_n' занимает положение HH' . Поместим начало координат в точке O контура области питания A_0 и ось x направим вдоль пласта. Условимся обозначать через x_0' — расстояние первоначального контура нефтеносности H_0H_0' от начала координат и через x' — расстояние от начала координат до контура нефтеносности HH' , отвечающего текущему моменту времени t .

Итак,

$$\left. \begin{aligned} OH_0 &= x_0', \\ OH &= x', \\ OB &= L, \end{aligned} \right\} \quad (380)$$

где L — длина всего пласта. На рис. 68 сохранены, в основном, те же обозначения, какие были и на рис. 2.

Отличие задачи, которую мы сейчас будем разбирать, от той, которая была разобрана в § 3 главы I, заключается в следующем: в главе I (см. рис. 2) мы никакими свойствами не отличали вновь обводнившуюся область от области, первоначально занятой водой, т. е. мы считали, что в обеих областях проницаемость пласта и вязкость воды одна и та же; теперь, согласно соображениям, высказанным в начале данного параграфа, мы должны считать, что или проницаемость пласта в обводнившейся области меньше проницаемости пласта в той области, которая была первоначально занята водой (но при этом вязкость воды в обеих областях считать одинаковой), или мы должны наделить воду, движущуюся через обводнившуюся область нефтеносности, большей кажущейся вязкостью, чем вязкость воды в той области, которая была первоначально занята водой (но при этом проницаемость пласта в обеих областях считать неизменной).

Примем пока последнее предположение и будем считать, что пласт имеет проницаемость k , одинаковую на протяжении всей своей длины L ; назовем через μ_v динамическую вязкость воды в области $OO'H_0'H_0$, которая была первоначально занята водой; назовем через μ_v' кажущуюся динамическую вязкость воды в той части области нефтеносности $H_0H_0'HH$, которая успела обводниться к рассматриваемому текущему моменту времени t ; назовем через μ_n динамическую вязкость нефти, которая к моменту времени t сохранилась в части $HH'B'B$ области нефтеносности.

Три последние названные области будем в дальнейшем, ради краткости речи, называть так: «чисто водяной», «обводнившейся», «чисто нефтяной».

Обозначим через p_v , p_v' и p_n давления в чисто водяной, в обводнившейся и в чисто нефтяной областях. Понятно, что эти давления будут в каждой области функциями точки и должны еще зависеть или от времени, или, что все равно, от переменной абсциссы x' движущегося контура нефтеносности A_n' ; x' , в свою очередь, может быть выражена как функция времени.

В каждой из трех областей давления должно удовлетворять уравнению Лапласа — см. формулы (1) и (2) главы I, к которым только еще следует добавить уравнение Лапласа для давления p_v' .

Учитывая прямолинейно-параллельный характер движения в рассматриваемой задаче, решения всех трех уравнений Лапласа мы сможем представить так (см. аналогичные формулы (12) и (13) главы I):

$$\left. \begin{aligned} p_v &= C_1x + C_2, \\ p_v' &= C_3x + C_4, \\ p_n &= C_5x + C_6, \end{aligned} \right\} \quad (381)$$

где x — текущая координата той точки каждой из трех областей, в которой определяется соответствующее давление; $C_1, C_2, \dots, C_6$ — суть произвольные постоянные интегрирования. Эти шесть произвольных постоянных можно определить из таких шести граничных условий:

$$\left. \begin{aligned} p_v &= p_0 \quad \text{при } x=0, \\ p_v &= p_0' \quad \text{при } x=x_0', \\ p_v' &= p_0' \quad \text{при } x=x_0', \\ p_v' &= p' \quad \text{при } x=x', \\ p_n &= p' \quad \text{при } x=x', \\ p_n &= p_1 \quad \text{при } x=L, \end{aligned} \right\} \quad (382)$$

где p_0' и p' — суть соответственно давления вдоль контуров H_0H_0' и HH' в некоторый момент времени t , т. е. для некоторого текущего положения контура нефтеносности HH' , которому отвечает текущая координата x' . Давления p_0 и p_1 вдоль контуров A_0 и

A_1 мы считаем заданными (и, для простоты, постоянными), а давления p_0' и p' нам дальше нужно будет определить в функции переменной координаты x' или в функции времени t .

Определив шесть констант $C_1, C_2, \dots, C_6$ с помощью шести граничных условий (382) и подставив найденные значения констант в формулы (381), мы получим последние формулы в таком виде:

$$\left. \begin{aligned} p_{\text{в}} &= p_0 - \frac{p_0 - p_0'}{x_0'} x, \\ p_{\text{в}}' &= p_0 - \frac{p_0' - p'}{x' - x_0'} (x - x_0'), \\ p_{\text{н}} &= p_1 + \frac{p' - p_1}{L - x'} (L - x), \end{aligned} \right\} \quad (383)$$

Перейдем к определению давлений p_0' и p' . Скорости вдоль контуров $H_0H'_0$ и HH' (как и в любой другой точке) должны, конечно, определяться однозначно, а потому, основываясь на формуле Дарси (379), мы вдоль контура $H_0H'_0$, т. е. при $x = x_0'$, составляем такое равенство:

$$\frac{k}{\mu_{\text{в}}} \frac{\partial p_{\text{в}}}{\partial x} = \frac{k}{\mu_{\text{в}}'} \frac{\partial p_{\text{в}}'}{\partial x}. \quad (384)$$

Вдоль контура HH' , т. е. при $x = x'$ должно быть справедливо такое равенство:

$$\frac{k}{\mu_{\text{н}}} \frac{\partial p_{\text{н}}}{\partial x} = \frac{k}{\mu_{\text{в}}'} \frac{\partial p_{\text{в}}'}{\partial x}. \quad (385)$$

Равенства (384) и (385) представляют собой «условия сопряжения» на двух внутренних границах рассматриваемых нами трех областей.

Найдя из формул (383) те значения производных, которые фигурируют в формулах (384) и (385), мы эти «условия сопряжения» перепишем так:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\mu_{\text{в}}} \frac{p_0 - p_0'}{x_0'} &= \frac{1}{\mu_{\text{в}}'} \frac{p_0' - p'}{x' - x_0'}, \\ \frac{1}{\mu_{\text{н}}} \frac{p' - p_1}{L - x'} &= \frac{1}{\mu_{\text{в}}'} \frac{p_0' - p'}{x' - x_0'}. \end{aligned} \right\} \quad (386)$$

Из двух уравнений (386) мы сможем найти давления p_0' и p' вдоль контуров $A_{\text{н}}$ и $A_{\text{н}}'$ в зависимости от координаты x' , определяющей положение контура нефтеносности $A_{\text{н}}'$ в текущий момент времени. В итоге получим:

$$p_0' = p_0 - \frac{\mu_{\text{н}} (p_0 - p_1) x_0'}{\mu_{\text{н}} (L - x') + \mu_{\text{в}}' (x' - x_0') + \mu_{\text{в}} x_0'}, \quad (387)$$

$$p' = p_1 + \frac{\mu_{\text{н}} (p_0 - p_1) (L - x')}{\mu_{\text{н}} (L - x') + \mu_{\text{в}}' (x' - x_0') + \mu_{\text{в}} x_0'}. \quad (388)$$

Если найденные значения p_0' и p' подставить в формулы (383), то давления p_v , p_v' , p_n определятся в функции x и x' . Так, например, получим:

$$p_n = p_1 + \frac{\mu_n (p_0 - p_1) (L - x)}{\mu_n (L - x') + \mu_v' (x' - x_0') + \mu_v x_0'} \quad (389)$$

Перейдем к определению скорости фильтрации. С одной стороны, на основании закона Дарси (379) и формулы (389), мы найдем:

$$v = - \frac{k}{\mu_n} \frac{\partial p_n}{\partial x} = \frac{k (p_0 - p_1)}{\mu_n (L - x') + \mu_v' (x' - x_0') + \mu_v x_0'} \quad (390)$$

Ясно, что скорость фильтрации при прямолинейно-параллельном движении должна быть, в любой данный момент, одинаковой во всех точках пласта (в условиях жесткого водонапорного режима). Поэтому скорость фильтрации не должна зависеть от текущей координаты x точки пласта, но должна зависеть от текущей координаты x' , отвечающей в момент времени t положению движущегося контура нефтеносности A'_n .

С другой стороны, скорость фильтрации можно связать с истинной скоростью dx'/dt движения контура нефтеносности A'_n такой формулой (24) главы I.

$$v = m \frac{dx'}{dt} \quad (24)$$

Из формул (24) и (390) найдем:

$$m \frac{dx'}{dt} = \frac{k (p_0 - p_1)}{\mu_n (L - x') + \mu_v' (x' - x_0') + \mu_v x_0'} \quad (391)$$

Разделяя переменные, интегрируя это дифференциальное уравнение и учитывая, что $x' = x_0'$ при $t = 0$, получим:

$$t = \frac{m}{k (p_0 - p_1)} \left[(\mu_n - \mu_v') \frac{x'^2}{2} - (\mu_n L - \mu_v' x_0' + \mu_v x_0') x' \right]_{x_0'}^{x'} \quad (392)$$

Из формулы (392) мы находим момент времени t , отвечающий любой, наперед заданной, координате x' контура нефтеносности A'_n . Наоборот, решая последнее равенство, как квадратное уравнение относительно x' , мы бы смогли координату x' представить в виде явной функции от времени t — см. аналогичный переход от формулы (25) к формуле (27) в главе I. Заметим, между прочим, что из формулы (392) легко получить формулу (25), положив $\mu_v = \mu_v'$.

Определим теперь тот промежуток времени T' , в течение которого вся нефть будет вытеснена водой из пласта, т. е. в течение которого контур нефтеносности A'_n пройдет путь от своего начального положения A_n до контура пласта A_c (см. рис. 68).

Для определения интервала времени T' нужно в формуле (392) выполнить подстановку пределов в правой части, а затем

положить $x' = L$; выполнив все это, мы, после некоторых простых алгебраических преобразований, найдем:

$$T' = \frac{m}{2k(p_0 - p_1)} [\mu_v' (L^2 - x_0'^2) + \mu_n (L - x_0')^2 - 2(\mu_v' - \mu_n)(L - x_0') x_0']. \quad (393)$$

Введем такие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \mu_0' &= \frac{\mu_n}{\mu_v'}, \\ \mu_0 &= \frac{\mu_n}{\mu_v} \end{aligned} \right\} \quad (394)$$

где μ_0 — относительная вязкость нефти по отношению к воде — см. формулу (36) главы I; учитывая, что μ_v' есть кажущаяся вязкость воды, мы можем величину μ_0' назвать кажущейся относительной вязкостью.

Пользуясь обозначениями (394) и имея в виду дальнейшие сопоставления, мы можем формулу (393) переписать так:

$$T' = \left[\frac{1}{2\mu_0'} \left(1 - \frac{x_0'^2}{L^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x_0'}{L} \right)^2 - \left(\frac{1}{\mu_0'} - \frac{1}{\mu_0} \right) \left(1 - \frac{x_0'}{L} \right) \frac{x_0'}{L} \right] \frac{m \mu_n L^2}{k(p_0 - p_1)}. \quad (395)$$

Заметим, что формула (26) главы I получается из формулы (393), если в последней принять $\mu_v' = \mu_v$. Таким образом, формулу (26) или формулу (395) при $\mu_0' = \mu_0$ можем записать так:

$$T = \left[\frac{1}{2\mu_0} \left(1 - \frac{x_0'^2}{L^2} \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x_0'}{L} \right)^2 \right] \frac{m \mu_n L^2}{k(p_0 - p_1)}. \quad (396)$$

В левой части формулы (396) мы вместо T' подставили то обозначение T , которое было принято в главе I.

Этим подчеркивается, что в результате подсчета продолжительности времени выталкивания из пласта всей нефти мы получим интервал времени T , меньший, чем T' , в том случае, когда будем считать, что в обводнившейся области нефтеносности движение воды происходит так же, как и в чисто водяной области.

Предположим теперь, что $\mu_0 = \mu_0' = 1$, т. е. что $\mu_v = \mu_v' = \mu_n$; это означает, что мы не только пренебрегаем различием между истинной вязкостью воды в чисто водяной области, и кажущейся вязкостью воды в обводнившейся области, но и пренебрегаем разностью в вязкостях нефти и выталкивающей ее из пласта краевой воды. При этих частных предположениях, весьма идеализирующих истинную картину явления, мы из формулы (395) получаем формулу (33) главы I; эту частную формулу сможем записать так:

$$T_n = \left[1 - \frac{x_0'}{L} \right] \frac{m \mu_n L^2}{k(p_0 - p_1)}. \quad (397)$$

Величина T_n определяет тот промежуток времени, в течение которого любая частица нефти проходит путь $(L - x')$ в пласте, который по всей своей длине L заполнен только нефтью.

Обозначая выражения, стоящие в квадратных скобках в правых частях формул (395) — (397), соответственно через δ' , δ , δ_n , мы из этих формул получим следующее:

$$\frac{T'}{T} = \frac{\delta'}{\delta}, \quad \frac{T'}{T_n} = \frac{\delta'}{\delta_n}, \quad \frac{T}{T_n} = \frac{\delta}{\delta_n} = \beta. \quad (398)$$

Только что введенная величина β совпадает с той, которая определялась формулой (35) главы I.

Формулы (395) — (398) позволяют судить о том, какое влияние может оказать на результаты подсчета времени пренебрежение тем или иным из упомянутых факторов.

На основании формул (395) — (398) составлена табл. 45; в ней приведены результаты подсчетов интересующих нас величин при различных значениях μ_0 , μ_0' , x_0'/L . Заметим, что δ_n , δ' и δ — суть величины отвлеченные.

Т а б л и ц а 45

Строка	$\frac{x'_0}{L}$	μ_0	μ_0'	100 δ_n	100 δ'	100 δ	$\frac{T'}{T}$, %	$\frac{T'}{T_n}$, %	$\frac{T}{T_n}$, %
1	0,9	3	2	10	3,75	3,667	102,3	37,5	36,7
2	0,9	4	2	10	3	2,875	104,3	30	28,8
3	0,9	10	2	10	1,65	1,45	113,8	16,5	14,5
4	0,9	10	5	10	1,5	1,45	103,4	15	14,5
5	0,9	4	1	10	3,25	2,875	113	32,5	28,8
6	0,9	1	1	10	10	10	100	100	100
7	0,9	2	2	10	5,25	5,25	100	52,5	52,5
8	0,5	3	2	50	27,08	25	108,3	54,2	50

Сравнивая между собой результаты, приведенные в табл. 45, мы можем сделать такие выводы:

Различие между величинами T' и T (связанное с учитываемой теперь разностью между вязкостью воды в чисто водяной области и кажущейся вязкостью в обводнившейся области нефтеносности) оказывается тем меньше, чем, во-первых, меньше отношение μ_0/μ_0' отличается от единицы (т. е. и чем меньше μ_v'/μ_v отличается от единицы); чем, во-вторых, больше абсолютное значение величины μ_0 (сравнить в табл. 45 строки 4 и 5); чем в-третьих, больше значение отношения x'_0/L (сравнить в табл. 45 строки 1 и 8).

Вообще же мы видим, что исследуемый в данном приложении фактор различия между величинами μ_v и μ_v' сказывается на результатах подсчетов времени сравнительно незначительно. Поэтому никаких принципиальных изменений вносить во все предыдущие главы, где мы этим фактором пренебрегали, не приходится; мало того, в громадном большинстве разобранных ранее примеров с прямолинейно-параллельным движением воды и нефти, чис-

ленные подсчеты интервалов времени следует исправить, если учесть упомянутый фактор, не больше, чем на 3—4 %.

В случае плоско-радиального движения воды и нефти к скважине этот фактор различия в величинах μ_v и μ_v' скажется несколько больше, чем при прямолинейно-параллельном движении. Случай плоско-радиального движения мы здесь не будем разбирать, а ограничимся случаем прямолинейно-параллельного движения, ибо этого вполне достаточно, чтобы сделать необходимые принципиальные суждения о влиянии фактора различия в вязкостях μ_v и μ_v' .

То преувеличенное значение, которое Маскет [2] придает этому фактору, связано, нам кажется, отчасти с теми его неточными выводами о движении двухжидкостной системы, которые мы отметили в главе I.

Кроме того, следует заметить, что если бы мы рассмотрели тот случай $\mu_v' > \mu_v$, т. е. $\mu_0' < 1$, о котором говорит Маскет¹, то здесь, действительно, выводы могли бы получиться принципиально иные. В подобном случае, был бы даже возможен результат: $T' > T_n$.

В главе I мы ссылались на промысловые наблюдения, отмеченные в работах Амброза и других авторов, которые позволяют нам считать, что те теоретические выводы, которые мы сделали в главе I, во всяком случае качественно, подтверждаются упомянутыми промысловыми наблюдениями. Поэтому тот случай, на который указывает Маскет, когда $\mu_0' < 1$, следует скорее рассматривать как интересное исключение, чем как правило.

Примечание. В начале данного приложения мы упомянули, что совершенно необязательно вводить понятие кажущейся вязкости воды в обводнившейся зоне. Можно считать, что вязкость воды в обводнившейся и в чисто водяной зоне одна и та же и равна μ_v . Однако тогда нужно принять, что в обводнившейся зоне пласт имеет иную проницаемость k' , чем проницаемость k в чисто водяной и в чисто нефтяной области; $k' < k$. Сохраняя все остальные обозначения теми же, какие фигурировали в данном приложении, мы, например, вместо формулы (384) получили такую формулу:

$$\frac{k}{\mu_v} \frac{\partial p_v}{\partial x} = \frac{k'}{\mu_v} \frac{\partial p_v'}{\partial x}. \quad (399)$$

Приравнивая друг другу правые части формул (384) и (399), найдем:

$$\mu_v' = \frac{k}{k'} \mu_v. \quad (400)$$

Это значение кажущейся вязкости можно было бы подставить во все полученные здесь формулы.

¹ См. § 9 главы VIII книги [2].

При анализе табл. 45 следует иметь в виду, что, как показывают формулы (394) и (400):

$$\frac{\mu_0'}{\mu_0} = \frac{k'}{k} \quad (401)$$

Подставляя значение μ_0' из формулы (400) в формулу (390), мы получим:

$$v = \frac{k'k(p_0 - p_1)}{k'\mu_n(L - x') + [kx' - (k - k')x_0']\mu_n} \quad (402)$$

Из формулы (402), положив $k' = k$, можем сразу получить формулу (23) главы I. Мало того, полагая в формуле (402) $\mu_n = \mu_n'$ и беря опять значения μ_n' из формулы (400), скорость фильтрации примет такой вид:

$$v = \frac{k'k(p_0 - p_1)}{\mu_n[k(L - x_0') + k'x_0']} \quad (403)$$

Формула (403), по существу, совпадает с формулой (66) главы II. Этого следовало ожидать: наше предположение о равенстве вязкостей μ_n' и μ_n можно истолковать как предположение о том, что на протяжении всего пласта L жидкость имеет одну и ту же вязкость μ_n , но зато проницаемость k' пласта во всей первоначальной области нефтеносности длиной $L - x_0'$ иная, чем проницаемость k в остальной части пласта длиной L . Подобное же предположение мы сделали в главе II, а потому формула (66) должна была совпасть с формулой (403).

УКАЗАТЕЛЬ ОСНОВНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лейбензон Л. С. «Нефтепромысловая механика», ч. II. Горгеонефтеиздат, Москва, 1934.
2. Muskat Morris «The Flow of Homogeneous Fluids through porous Media» New-York and London, 1937.
3. Щелкачев В. Н. и Пыхачев Г. Б. «Интерференция скважин и теория пластовых водонапорных систем». АзГОНТИ, Баку, 1939.
4. Щелкачев В. Н. Зависимость суммарного дебита скважин от их числа и степени уплотнения.— Нефтяная промышленность СССР, № 2, 1940 г.

Примечание. Дополнительные ссылки на литературу имеются в подстрочных примечаниях к основному тексту. Подробный указатель литературы приведен в конце нашей книги [3].

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	4
ГЛАВА I. ПРОБЛЕМА ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ ВОДОЙ В УСЛОВИЯХ ПЛАСТА С ВОДОНАПОРНЫМ РЕЖИМОМ	9
ГЛАВА II. ЗАМЕЧАНИЯ О НЕКОТОРЫХ СЛУЧАЯХ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В НЕОДНОРОДНЫХ ПЛАСТАХ	39
ГЛАВА III. АНАЛИЗ ПРОСТЕЙШИХ СЛУЧАЕВ ПРИТОКА ЖИДКОСТИ К ОДНОЙ И ДВУМ СКВАЖИНАМ	47
ГЛАВА IV. РАССТАНОВКА СКВАЖИН В УСЛОВИЯХ КУПОЛЬНОЙ ЗАЛЕЖИ	83
ГЛАВА V. РАССТАНОВКА СКВАЖИН В УСЛОВИЯХ БРАХИАНТИКЛИНАЛЬНОЙ ЗАЛЕЖИ	127
ГЛАВА VI. ВЛИЯНИЕ БЛИЗОСТИ СБРОСОВ НА РАБОТУ СКВАЖИН. РАССТАНОВКА СКВАЖИН В УСЛОВИЯХ МОНОКЛИНАЛЬНОЙ ЗАЛЕЖИ, ОСЛОЖНЕННОЙ СБРОСАМИ	161
УКАЗАТЕЛЬ ОСНОВНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	231

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

Щелкачев Владимир Николаевич

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

ТОМ I

ЧАСТЬ 2

Заведующий редакцией *Н. Е. Игнатьева*. Редактор издательства *Е. А. Петрова*
Художественный редактор *В. В. Шутько*. Технический редактор *Г. В. Лехова*
Корректор *М. В. Дроздова*

ОИБ-8075

Слано в набор 21.02.89.
Бумага типографская № 2.
Усл. печ. л. 14,5.

Подписано в печать 28.11.90.
Гарнитура Литературная.
Усл. кр.-отт. 14,5. Уч.изд. л. 15,62.
Заказ 743/12820—5 Цена 3 р. 40 к.

Формат 60×90¹/₁₆.
Печать высокая.
Тираж 1000 экз.

Ордена «Знак Почета» издательство «Недра», 125047, Москва,
Тверская застава, 3

Типография ОХО Миннефтегазпрома
Москва, наб. М. Тореза, дом 26/1